Circuitos Elétricos

AULA 2

Além da lei de ohm, existem duas outras leis estabelecidas pelo físico germânico Gustavo Kirchhoff (1824-1887), em 1847. As duas leis são formalmente conhecidas como Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) e Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT). Estas leis, em conjunto com as características dos vários elementos de circuitos, permitem sistematizar métodos de solução para qualquer circuito elétrico.

Gustav Robert Kirchhoff

Gustav Robert Kirchhoff (Königsberg, 12 de março de 1824 — Berlim, 17 de outubro de 1887) foi um físico alemão.

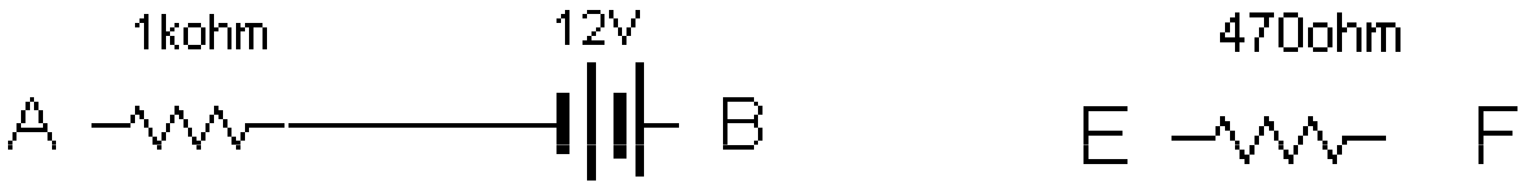
Suas contribuições científicas foram principalmente no campo dos circuitos elétricos, na espectroscopia, na emissão de radiação dos corpos negros e na teoria da elasticidade (modelo de placas de Kirchhoff–Love). Kirchhoff propôs o nome de "radiação do corpo negro" em 1862.

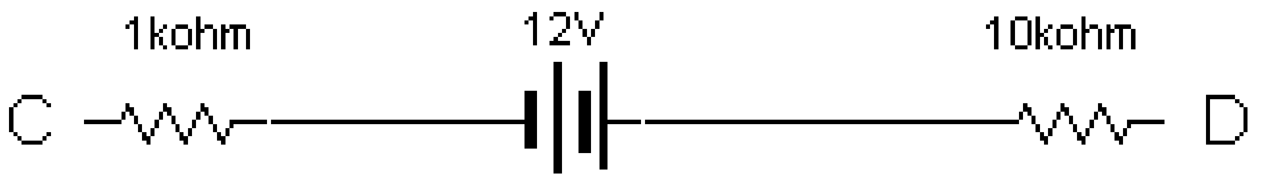
É autor de duas leis fundamentais da teoria clássica dos circuitos elétricos e da emissão térmica.

Leis de Kirchhoff

Definições

Ramo: É todo trecho de circuito constituído com um ou mais bipolos ligados em serie.

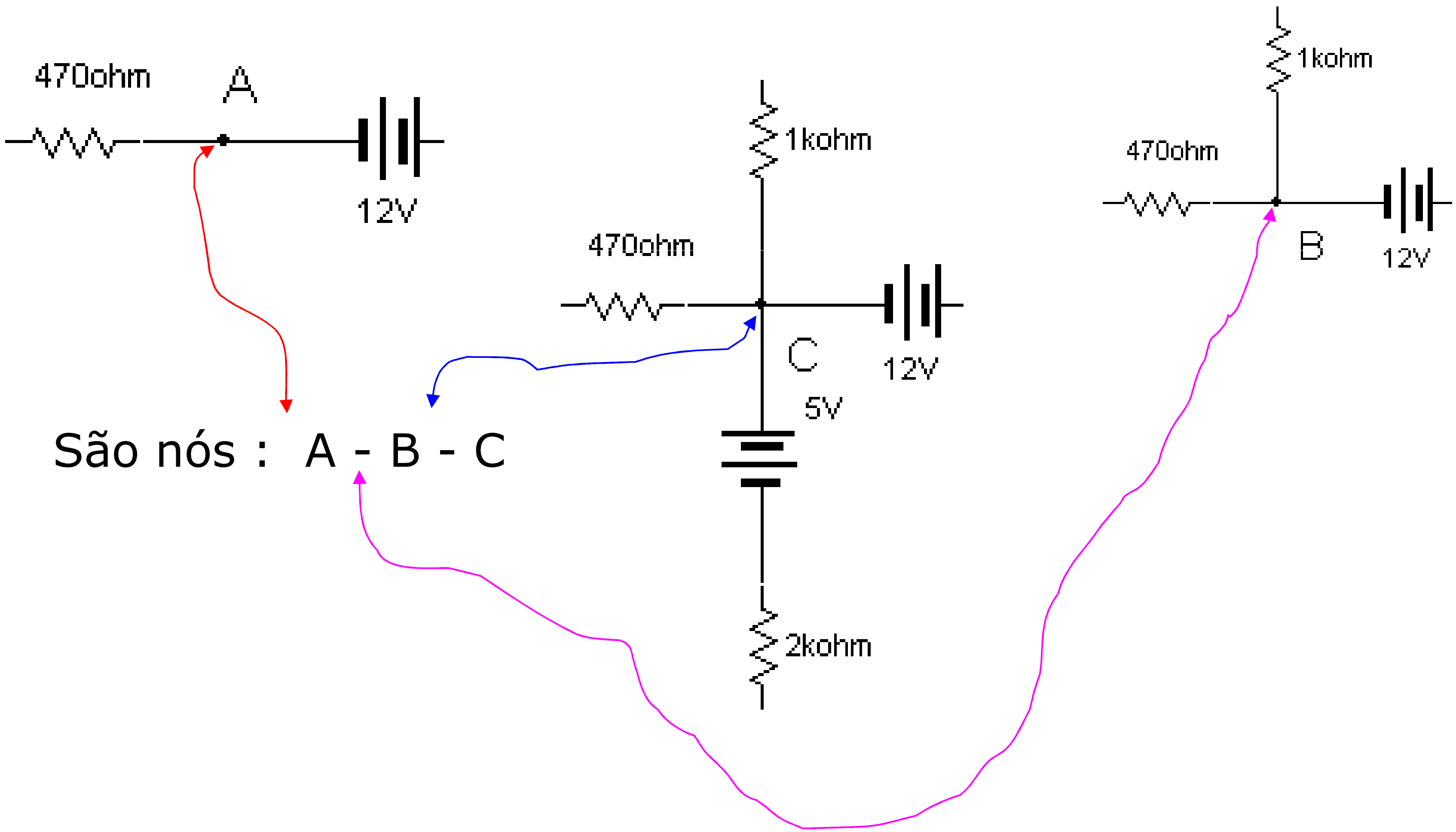




São ramos: AB - CD - EF

Leis de Kirchhoff

Nó: É a intersecção de dois ou mais ramos.A seguir alguns exemplos de nós.



Leis de Kirchhoff

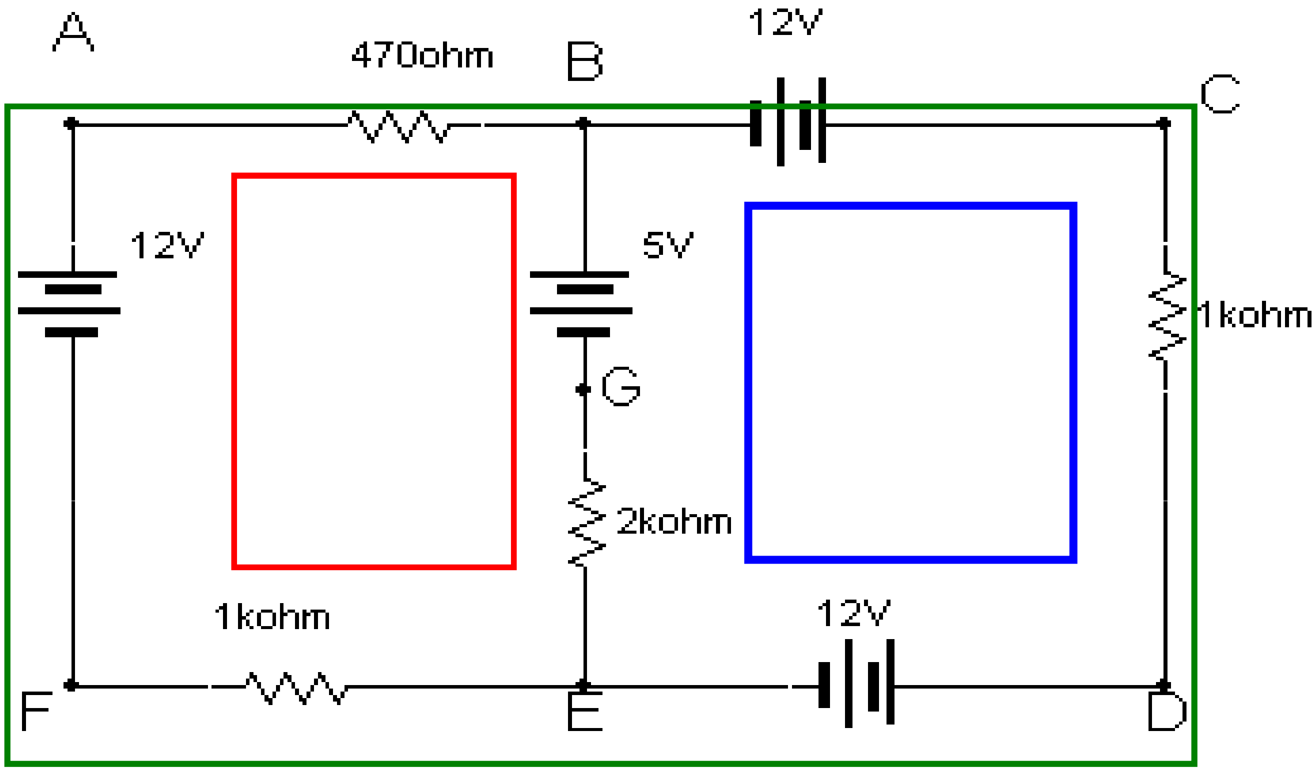
Percurso fechado: Toda poligonal fechada cujos lados são constituídos de ramos.

Percurso fechado é dito **independente** quando ele contém um ramo que não pertence a nenhum outro caminho fechado.

Malha: É um caminho fechado que não contém um outro caminho fechado dentro dele.

Trata-se, portanto, de um caso especial de caminho fechado.

Leis de Kirchhoff



Malha 1: Caminho ABGEFA

Malha 2: Caminho BCDEGB

Malha externa: ***ABCDEF***

Leis de Kirchhoff

Mas, qual é o número de malhas que precisa-se considerar num circuito dado para seu analise?

$$\mathbf{m} = \mathbf{b} - \mathbf{n} + 1$$

m: número de malhas independentes

b: número de ramos

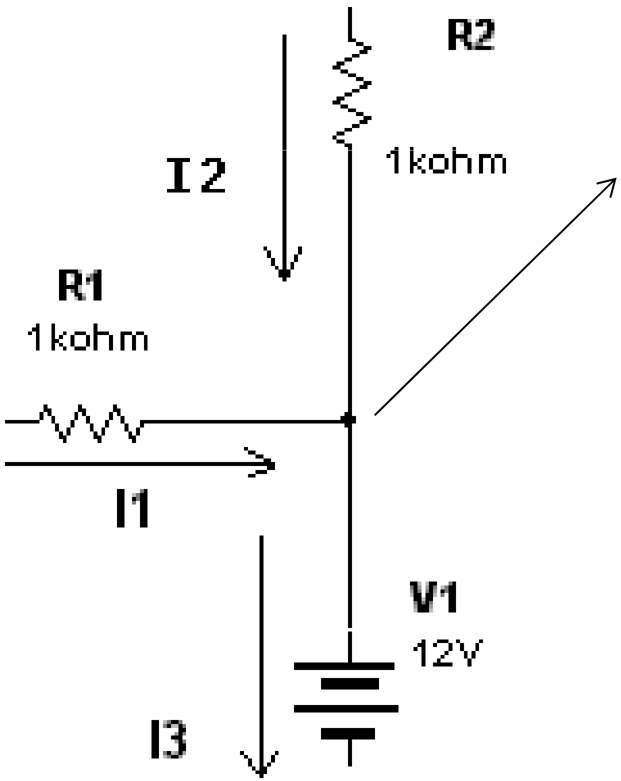
n: numero de nós.

m= 8 – 7 +1 = 2 malhas independentes.

Leis de Kirchhoff

1ª Lei de Kirchhoff ou Lei dos Nós

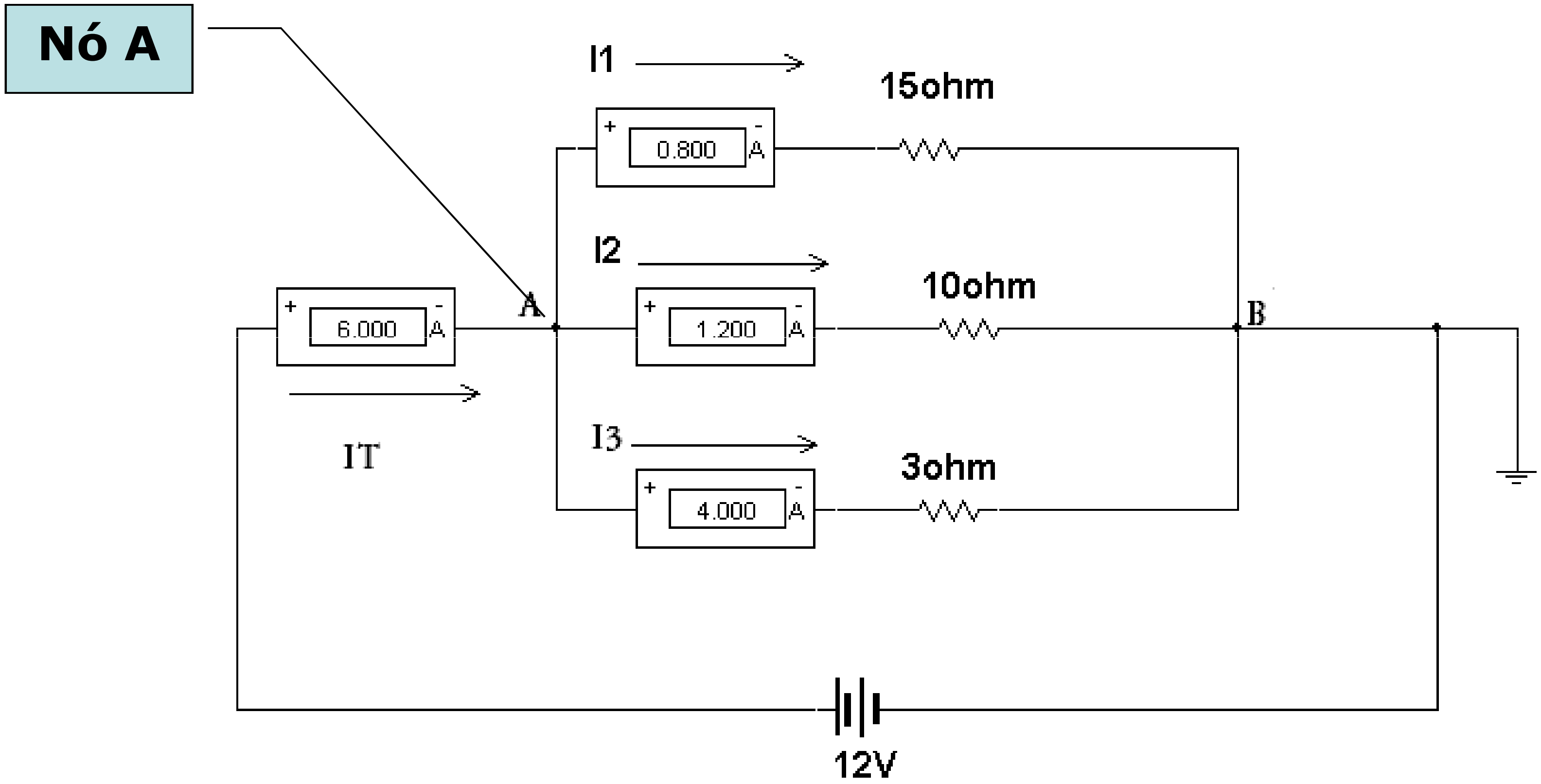
Enunciado: "A soma das correntes que chegam a um nó deve ser igual à soma das correntes que dele saem".



Equação do nó: I1 + I2 =I3

Leis de Kirchhoff

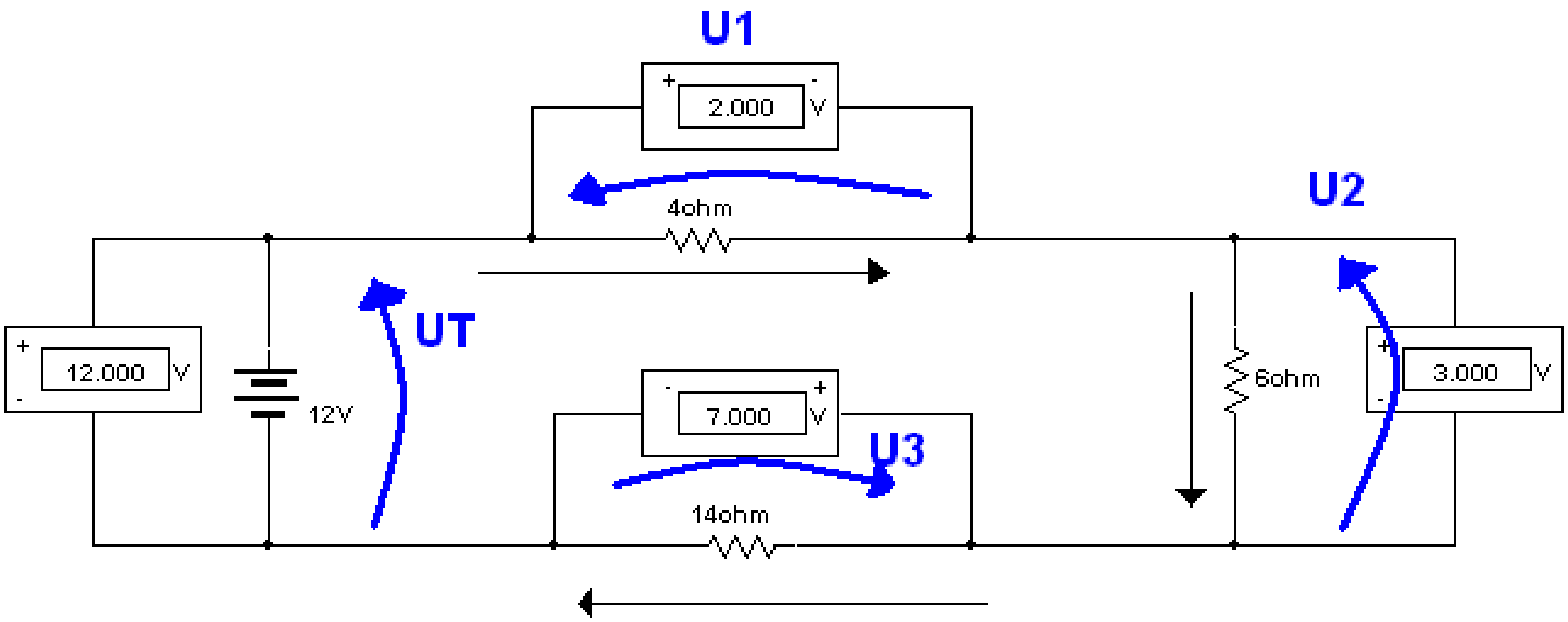
Aplicação: Circuito Paralelo



Leis de Kirchhoff

2ª Lei de Kirchhoff ou Lei das Malhas

Enunciado : "A soma das tensões orientadas no sentido horário em uma malha deve ser igual à soma das tensões orientadas no sentido anti-horário na mesma malha" ou "A soma algébrica das tensões ou quedas de potencial em uma trajetória fechada é nula".

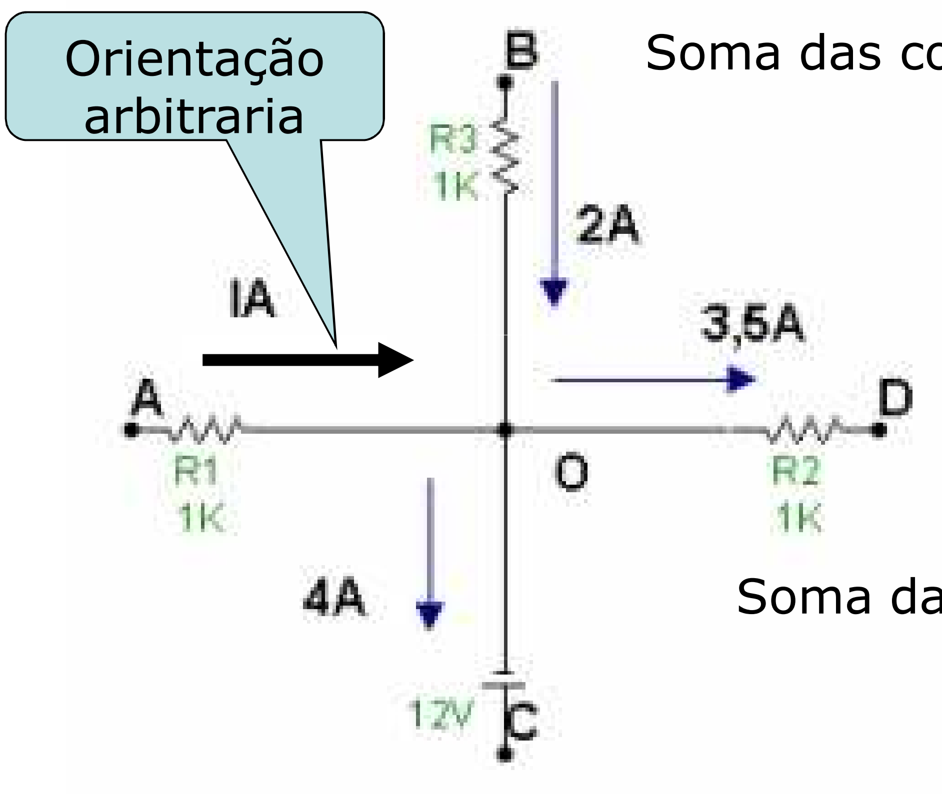


Soma das tensões horárias =12V

Soma das tensões anti horárias =2V+3V+7V=12V

Leis de Kirchhoff

1) No circuito calcule o sentido e a intensidade da corrente IA, no ramo AO.



Soma das correntes que chegam no nó O:

2A + IA

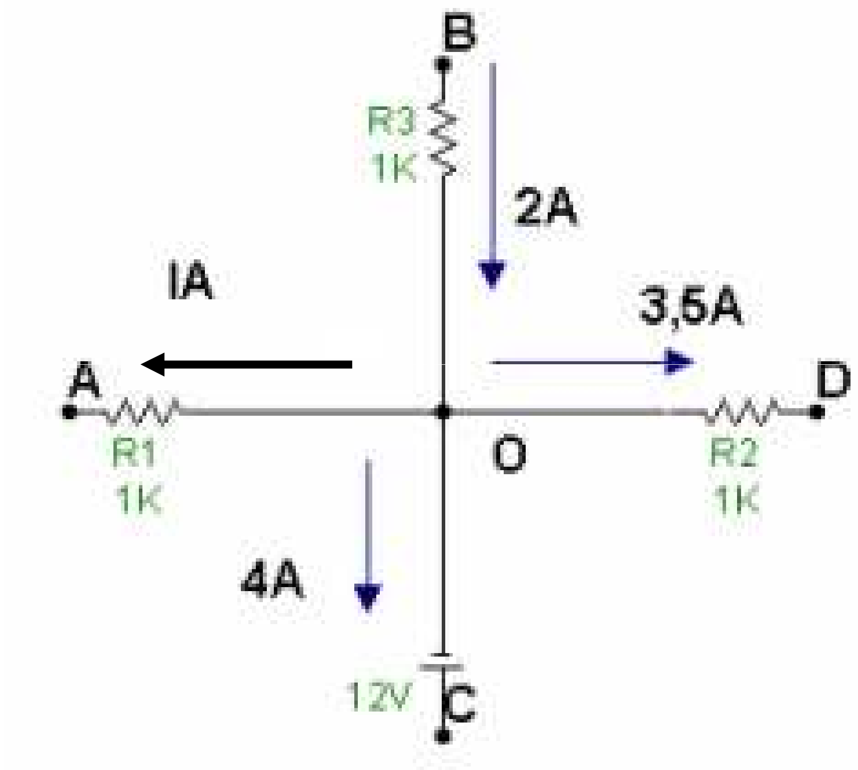
Soma das correntes que saem no nó O:

3,5A + 4A

2A + IA= 3,5A + 4A → **IA= 5,5A**

Leis de Kirchhoff

O que teria acontecido se a orientação da corrente fosse contraria ?



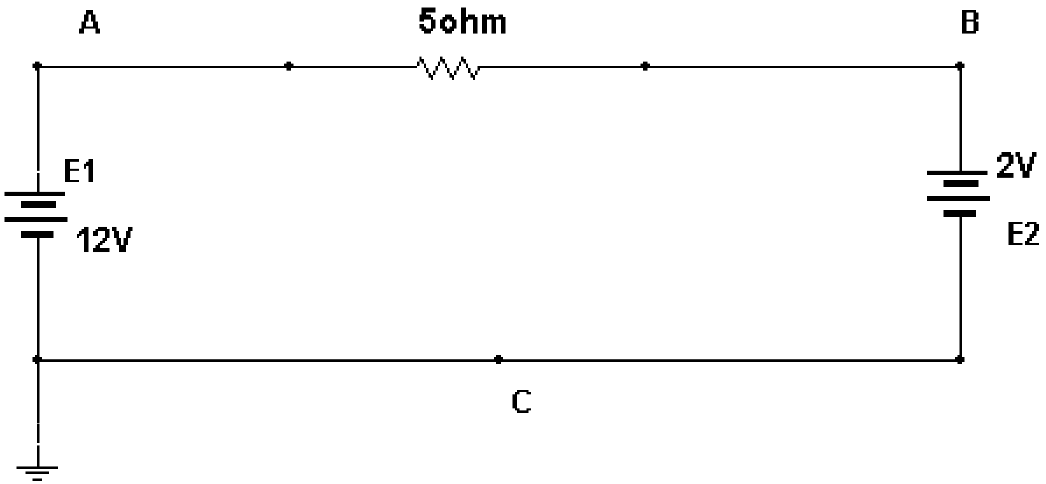
2A = IA + 3,5A + 4A

IA= - 5,5A

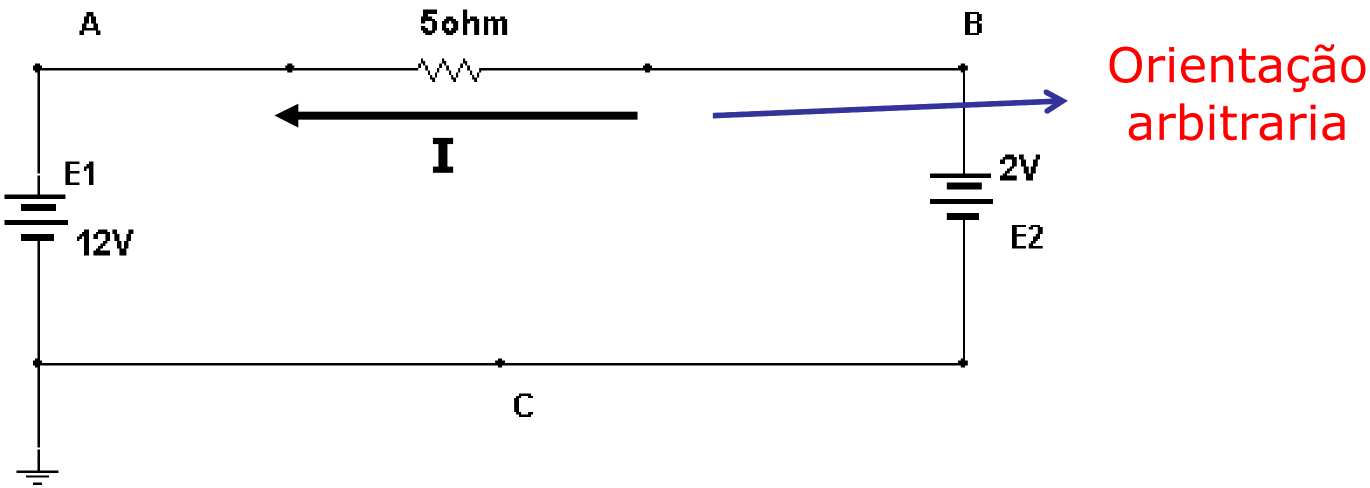
E o sinal negativo indicaria que o sentido é contrario ao indicado!!!

Leis de Kirchhoff

3) Calcule a tensão no resistor. Qual é o valor da corrente no resistor e qual o sentido ?

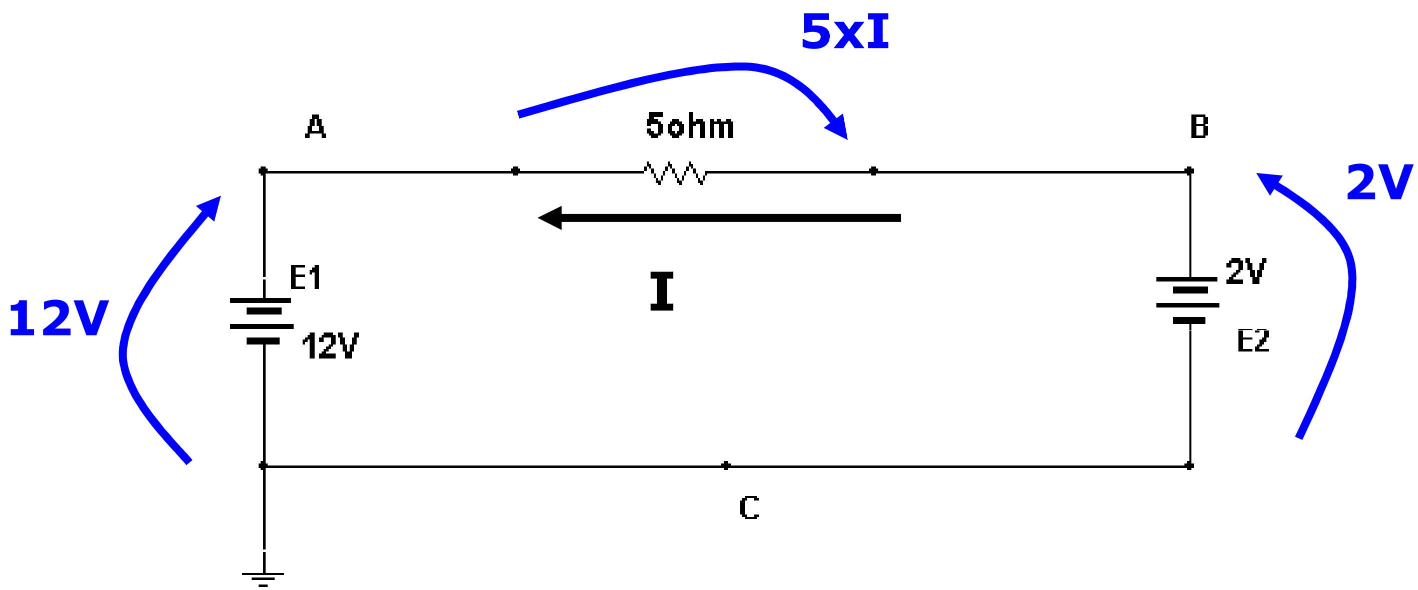


1) Para montar a equação da malha, devemos orientar a corrente



Leis de Kirchhoff

2) Orientar as tensões na malha



Soma das tensões horárias:

12V+ 5xI

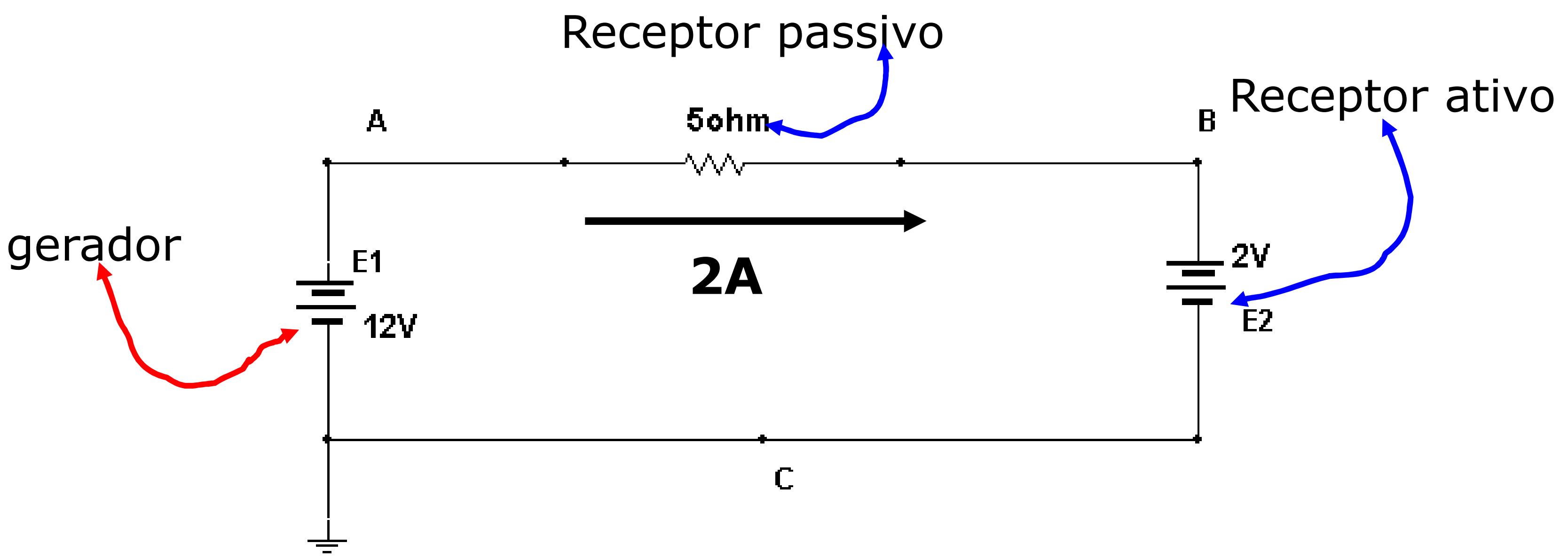
Soma das tensões anti horárias:
2V

Leis de Kirchhoff

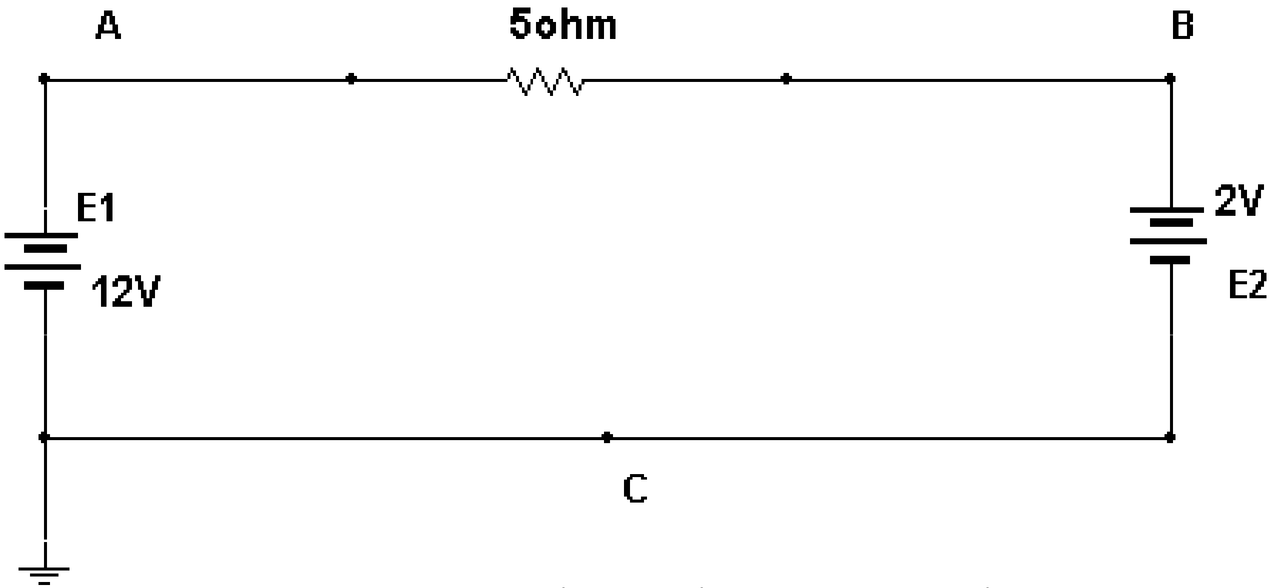
Equacionando

$$12V + 5 \times I = 2V \Rightarrow 5 \times I = -10V \Rightarrow I = -2A$$

sentido é contrario ao adotado



Forma Simples Para Resolução



$$\therefore \quad I = \frac{Bateria\,maior - Bateria\,Menor}{\sum R}$$

$$\therefore \quad I = \frac{12V - 2V}{5Ohms} = 2A$$

Leis de Kirchhoff

Balanço Energético

Geradores	Receptores
$P=12x2=24W$	$P1=5x2^2=20W$
	$P2=2x2=4W$
Total=24W	Total=24W

Resumindo

Em todo circuito elétrico composto de **b ramos** e **n nós** o número de equações independentes para resolver totalmente o circuito é **b**. :

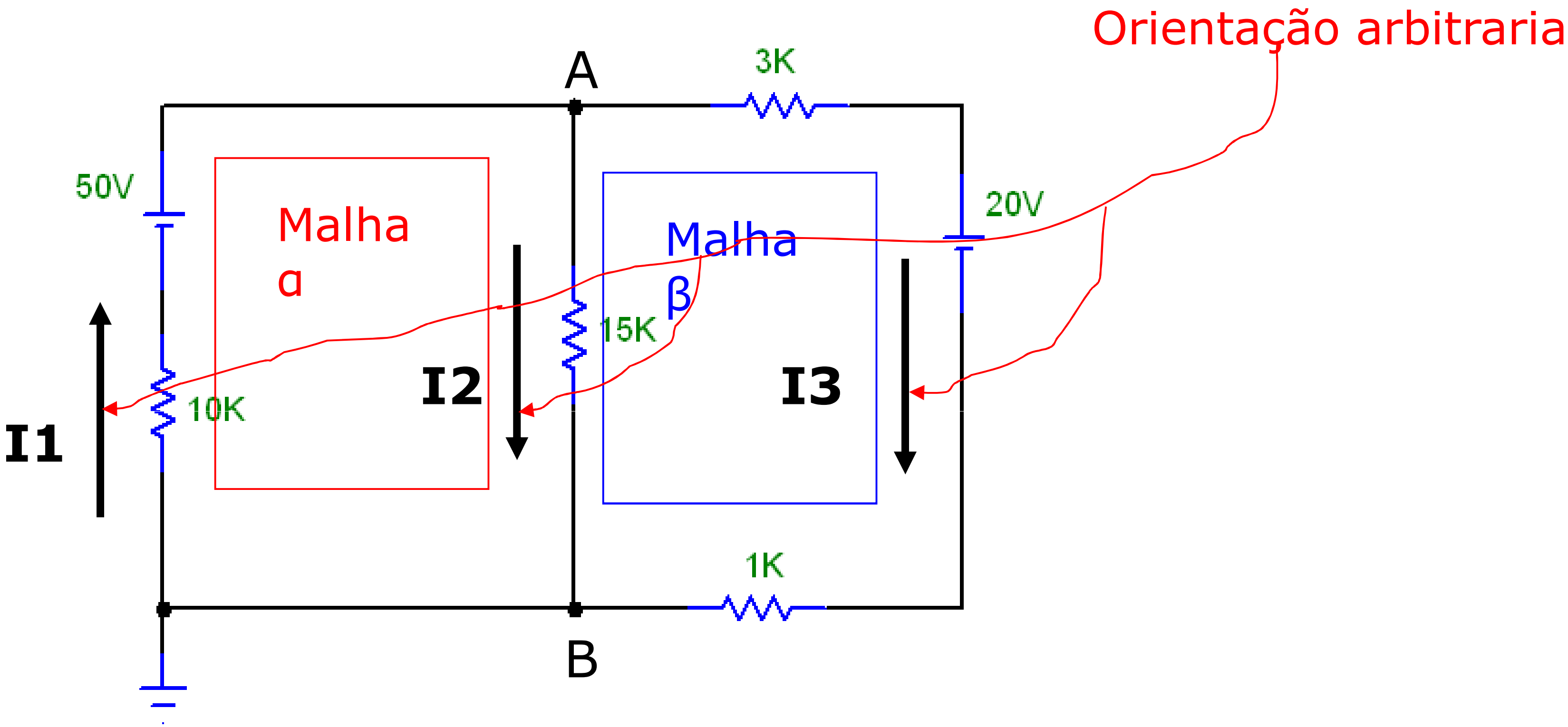
Pela Lei de Kirchhoff das Correntes obtém-se **(n-1) equações independentes das correntes**.

Pela Lei de Kirchhoff das Tensões obtém-se **(b-n+1) equações de malha independentes.**

Por tanto o numero total de equações independentes necessarias para resolver o circuito é: **(n-1)+(b-n+1)=b**

Leis de Kirchhoff

Determinar o sentido e o valor das correntes no circuito

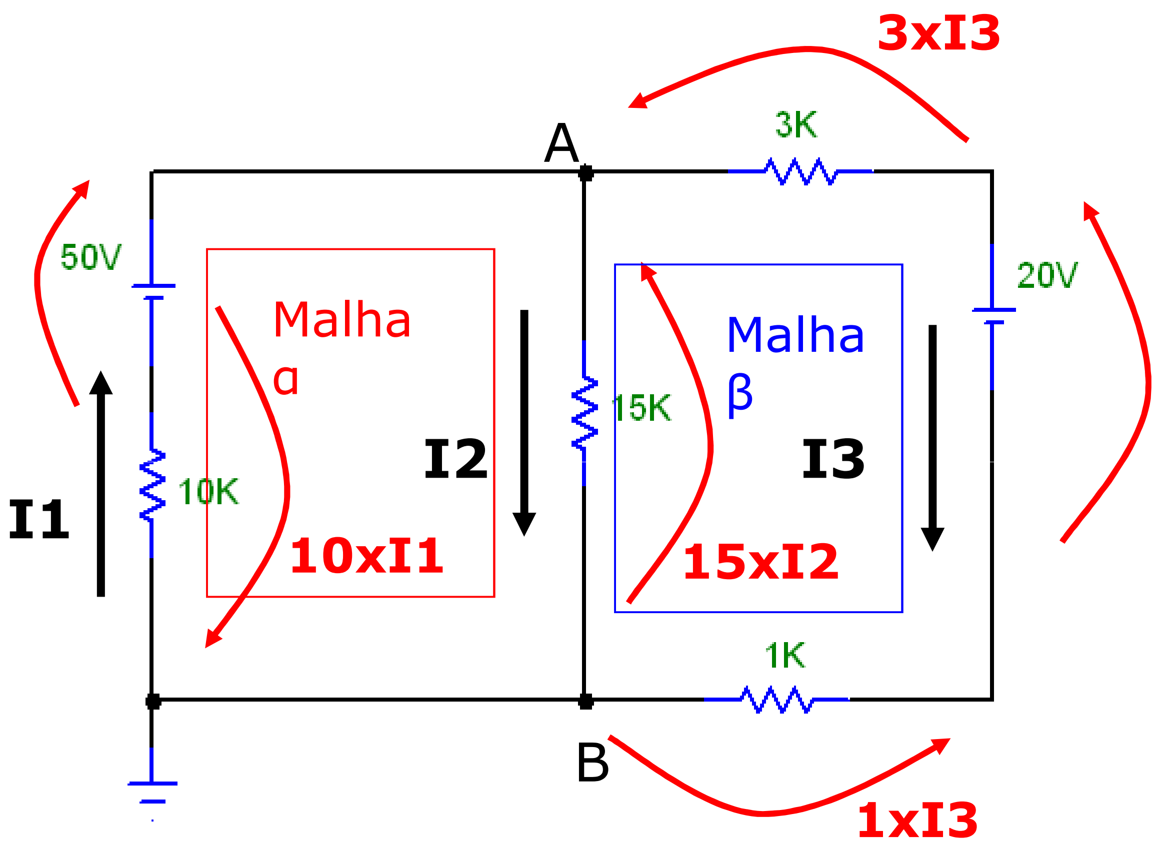


Existem 3 correntes no circuito que chamaremos de I1, I2 e I3

3 malhas: 2 internas: α e β, e a externa

Leis de Kirchhoff

Como são 3 incógnitas são necessárias 3 equações relacionando-as



Malha α: 50=10xI1+15xI2 (1)

Nó A: I1=I2+I3 (3)

Malha β: 15xI2=3xI3+1xI3+20 (2)

Leis de Kirchhoff

Malha α: $50=10xI1+15xI2$ (1)

Malha β: $15xI2=3xI3+1xI3+20 \Rightarrow 15xI2 - 4xI3=20$ (2)

Nó A: $I1=I2+I3$ (3)

Substituindo I1 da equação (3) em (1) resulta:

Malha α: $50=10x(I2+I3) +15xI2 \Rightarrow$ Malha α: $25xI2+10xI3=50$

Malha β: $15xI2 – 4xI3=20$

Multiplicando x 2,5 a equação da Malha β

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Malha } \alpha: \ 25xI2+\cancel{10xI3}=50 \\ \text{Malha } \beta: \ 37{,}5xI2 - \cancel{10xI3}=50 \end{array}\right. +$$

$62{,}5xI2 = 100 \Rightarrow I2=1{,}6mA$

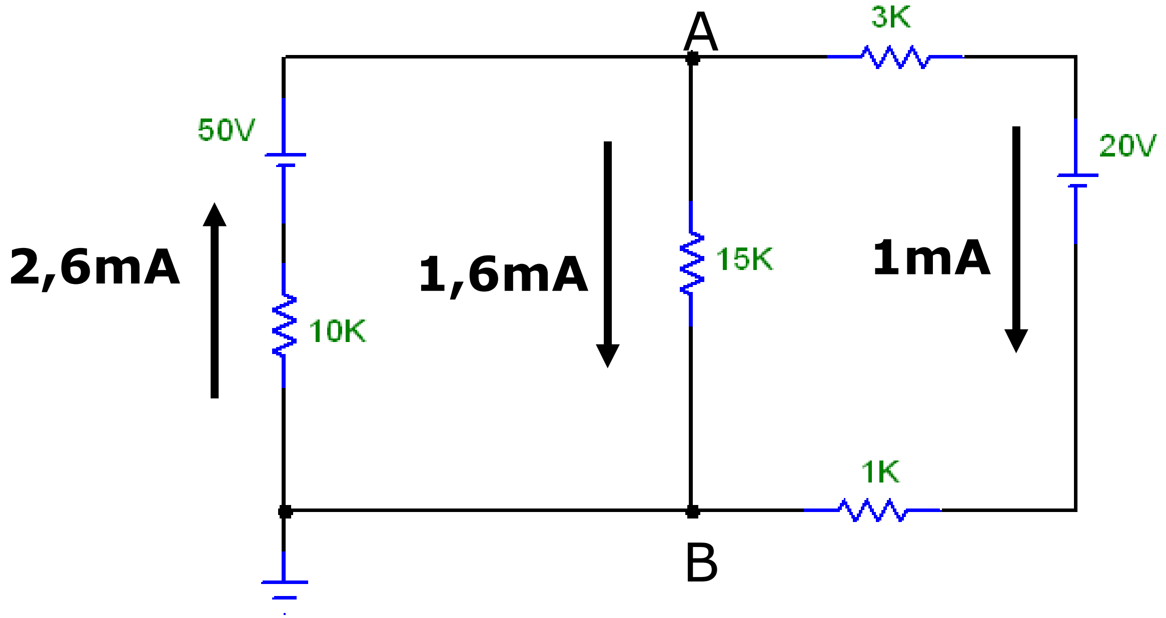
Leis de Kirchhoff

Malha β: $15xI2 - 4xI3=20$ Malha β: $15x(1{,}6mA) - 4xI3=20$

Malha β: $24 - 4xI3=20$ ⇨ Malha β: $4 = 4xI3$ ⇨ $I3= 1mA$

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{I3= 1mA} \\ \mathbf{I2=1{,}6mA} \end{array}\right\}$$

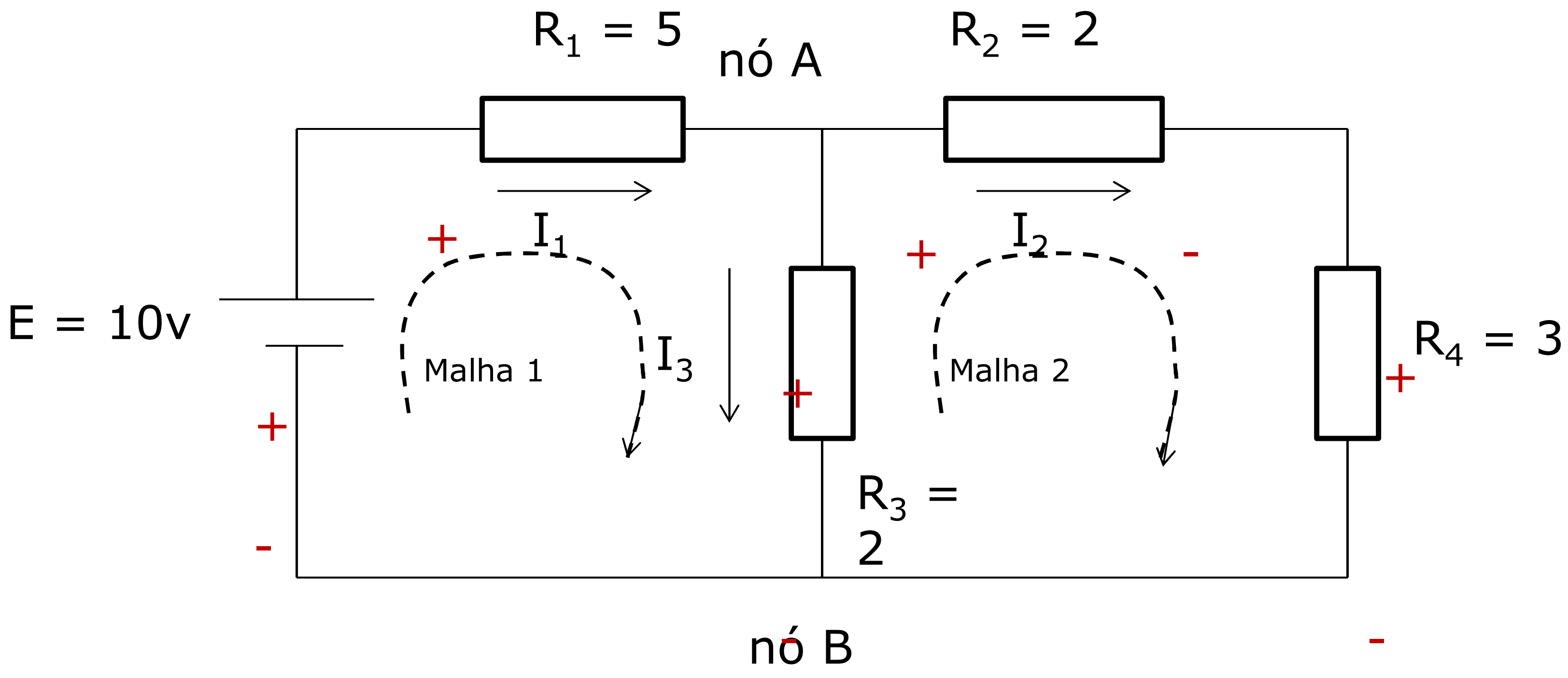
Nó A:
$I1=I2+I3$ ⇨ $I1=1{,}6+1=2{,}6mA$



Balanço Energético

Geradores	Receptores
PG1=50Vx2,6mA=130mW	PR1=15x1,6^2=38,4mW
	PR2=4x1^2=4mW
	PR3=10x2,6^2=67,6mW
	PR4=20x1=20mW
PTG=130mW	PTR=130mW

Exemplo : Calcular as correntes de ramo e as quedas de tensão em cada um dos resistores do circuito de corrente continua seguinte:



Solução: Neste circuito temos: ramos **b = 3**, nós **n = 2**

É preciso estabelecer **b = 3 equações**.

Elas são: lei de corrente no nó A e as lei de queda de tensão nas duas malhas. Assim temos:

LIK: no nó A: $\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3$

LTK na malha (1): $-10 + 5\mathbf{I}_1 + 2\mathbf{I}_3 = 0$

LTK na malha (2): $2\mathbf{I}_2 + 3\mathbf{I}_2 - 2\mathbf{I}_3 + = 5\mathbf{I}_2 - 2\mathbf{I}_3 = 0$

Regra de Cramer

É um teorema em álgebra linear, que dá a solução de um sistema de equações lineares em termos de determinantes. Recebe este nome em homenagem a Gabriel Cramer (1704 - 1752).

Se $A\vec{x} = \vec{b}$ é um sistema de n equações e n incógnitas.

$$x_j = \frac{|A_j|}{|A|} = \frac{det(A_j)}{det(A)}$$

$$\begin{aligned} 3x + 1y &= 9 \\ 2x + 3y &= 13 \end{aligned} \Longrightarrow \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 13 \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 9 & 1 \\ 13 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{9 * 3 - 1 * 13}{3 * 3 - 1 * 2} = 2$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 13 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{3 * 13 - 9 * 2}{3 * 3 - 1 * 2} = 3$$

Resolucionar aplicando algum método; digamos a Regra de Kramer.

Assim aplicando cramer temos para I_1:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 10 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 5 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{\left[(-1)(10)(5)\right]-\left[(-1)(10)(-2)\right]}{\left[(-1)(5)(5)\right]-\left[(1)(5)(2)+(-1)(5)(-2)\right]}$$

$$= \frac{-50-(20)}{-25-20} = \frac{-70}{-45} = 1{,}555\ \mathbf{A}$$

Resolvendo para I_2 temos:

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & 10 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 5 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{\left[(1)(10)(-2)-0\right]}{\left[(-1)(5)(5)-0\right]-\left[(1)(2)(5)+(-1)(5)(-2)\right]}$$

$$= \frac{-20}{-25-20} = \frac{-20}{-45} = 0,44 \ \ A$$

Resolvendo para I_3 temos:

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 5 & 0 & 10 \\ 0 & 5 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 5 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{\left[0-(1)(5)(10)\right]}{\left[(-1)(5)(5)\right]-\left[(1)(2)(5)+(-1)(5)(-2)\right]}$$

$$= \frac{-50-(20)}{-25-20} = \frac{-50}{-45} = 1{,}11\ A$$

Verificando:

$I_1 = I_2 + I_3 \rightarrow 1{,}55 = 1{,}11 + 0{,}44$

Queda em $R_1 = R_1 I_1 = 5.1{,}55 = 7{,}75$ V

Queda em $R_2 = R_2 I_2 = 2.0{,}44 = 0{,}88$ V

Queda em $R_3 = R_3 I_3 = 2.1{,}11 = 2{,}22$ V

Queda em $R_4 = R_4 I_3 = 3.0{,}44 = 1{,}32$V

Verificando

Malha 1:
10 = queda em R_1 + queda em $R_3 \cong 7,75+2,22=9,97$ V

Malha 2:
-queda em R_3 + queda em R_2 +queda em R_4 = 0
$\therefore -2,22 + 0,88 + 1,32 = -0,02 \cong 0$ V

Na malha externa:
10 = queda em R_1 + queda em R_2 +queda em R_4 = 7,75 +0,88 + 1,32 = 9,95 $\cong$ 10 V