

Sistemas polifásicos



Objetivos

- Familiarizar-se com a operação de um gerador trifásico e com a relação em módulo e a fase das tensões trifásicas.
- Ser capaz de calcular tensões e correntes para um gerador trifásico conectado em Y e a carga conectada em Y.
- Entender o significado da sequência de fase para as tensões geradas em um gerador trifásico conectado em Y ou em Δ .
- Ser capaz de calcular tensões e correntes para um gerador trifásico conectado em Δ e a carga conectada em Δ .
- Compreender como calcular as potências real, reativa e aparente em todos os elementos de uma carga conectada em Y ou δ e poder medir a potência entregue à carga.

23.1 INTRODUÇÃO

Um gerador CA projetado para desenvolver uma única tensão senoidal para cada rotação do eixo (rotor) é denominado **gerador de CA monofásico**. Se for usado mais de um enrolamento no rotor, posicionados de uma determinada maneira, o resultado será um **gerador CA polifásico**, que gera mais de uma tensão CA para cada volta completa do rotor. Neste capítulo, discutiremos com detalhes o sistema trifásico, pois é o mais usado para transmissão de energia elétrica.

Em geral, existe uma preferência por sistemas trifásicos em vez de monofásicos para transmissão de energia por diversas razões, nas quais se incluem as respostas a seguir:

1. Condutores de menor diâmetro podem ser usados para transmitir a mesma potência à mesma tensão, o que reduz a quantidade de cobre necessário (normalmente, cerca de 25 por cento a menos) e consequentemente os custos de fabricação e manutenção das linhas.
2. Linhas mais leves são mais fáceis de instalar e as torres de sustentação podem ser mais delgadas e mais espaçadas.
3. Equipamentos e motores trifásicos apresentam melhores características de partida e operação que os sistemas monofásicos, pois a transferência

de potência da fonte para a carga nos sistemas trifásicos está menos sujeita à flutuação do que nos sistemas monofásicos.

4. Em geral, a grande maioria dos motores de grande porte é trifásica porque a partida não necessita de um projeto especial ou de circuitos externos adicionais.

A frequência gerada é determinada pelo número de polos do *rotor* (parte giratória do gerador) e pela velocidade angular do eixo. Nos Estados Unidos (como também no Brasil), a frequência utilizada para a geração e distribuição de energia elétrica é 60 Hz, enquanto na Europa o padrão escolhido foi a frequência de 50 Hz. Essas frequências foram escolhidas porque podem ser geradas com relativa eficiência por equipamentos mecânicos cujo porte depende das dimensões do sistema de geração e da demanda nos períodos de pico. Em aeronaves e navios, os níveis de demanda possibilitam o uso de uma frequência de 400 Hz.

O sistema trifásico é usado pela grande maioria dos geradores elétricos comerciais. Isso não significa que os geradores monofásicos ou bifásicos estejam obsoletos. A maioria dos geradores de emergência, assim como os movidos a gasolina, é monofásica. O sistema bifásico é usado normalmente em servomecanismos, que são sistemas de controle autoajustáveis capazes de detectar alterações e ajustar o seu próprio ponto de operação. Os servomecanismos são usados nos sistemas automáticos de direção de

navios e aviões e em dispositivos mais simples, como termostatos, para regular a produção de calor. Entretanto, em muitos casos em que são necessárias tensões monofásicas ou bifásicas elas são obtidas a partir de sistemas trifásicos em vez de serem geradas de maneira independente.

O número de **tensões de fases** que podem ser produzidas por um gerador polifásico não está limitado a três. Podemos obter qualquer número de fases ajustando o espaçamento angular entre os enrolamentos de cada fase ao longo do estator. Alguns sistemas elétricos operam de maneira mais eficiente se forem usadas mais de três fases. Tais sistemas envolvem um processo de retificação no qual uma tensão alternada é convertida em uma tensão contínua tendo um valor médio. Quanto maior o número de fases, menor a ondulação na tensão contínua retificada.

23.2 O GERADOR TRIFÁSICO

O gerador trifásico visto na Figura 23.1(a) usa três enrolamentos posicionados a 120° um do outro em torno do estator, como ilustra a Figura 23.1(b). Como os três en-

rolamentos possuem o mesmo número de espiras e giram com a mesma velocidade angular, as tensões induzidas nesses enrolamentos têm a mesma amplitude, forma de onda e frequência. À medida que o eixo do gerador gira acionado por alguma força externa, as tensões induzidas e_{AN} , e_{BN} e e_{CN} são geradas simultaneamente, como mostra a Figura 23.2. Observe a defasagem de 120° entre as formas de onda e as semelhanças na aparência das três senoides.

Em particular, observe que

em qualquer instante de tempo, a soma fasorial das três tensões de fase de um gerador trifásico é nula.

Essa afirmação pode ser comprovada em $\phi t = 0$ na Figura 23.2, na qual também está evidente que, *quando uma das tensões induzidas for zero, o valor instantâneo das outras duas corresponderá a 86,6 por cento do valor máximo positivo ou negativo. Além disso, quando duas das tensões induzidas têm o mesmo módulo (em $0,5E_m$) e o mesmo sinal, a terceira tensão tem a polaridade oposta e um valor de pico.*

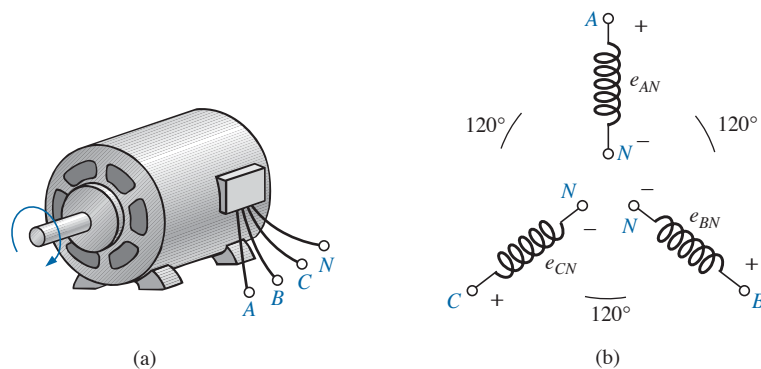


Figura 23.1 (a) Gerador trifásico; (b) tensões nos enrolamentos de um gerador trifásico.

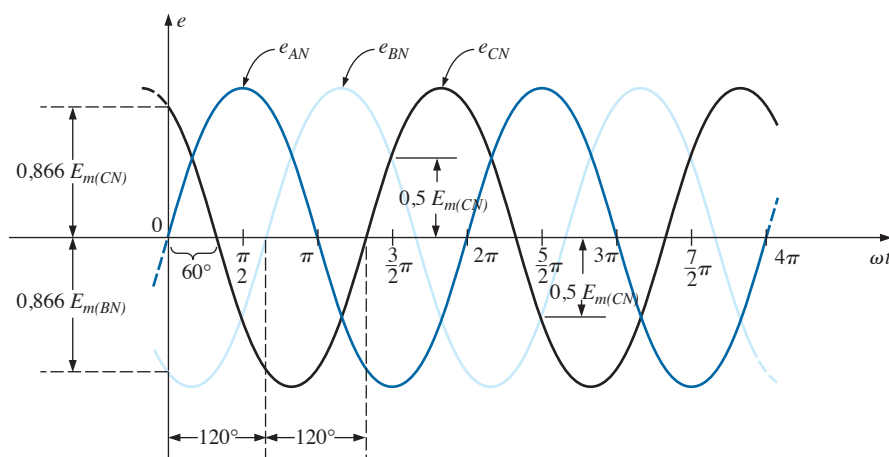


Figura 23.2 Tensões de fase de um gerador trifásico.

As expressões senoidais das tensões induzidas vistas na Figura 23.2 são as seguintes:

$$\begin{aligned}
 e_{AN} &= E_{m(AN)} \text{sen } \omega t \\
 e_{BN} &= E_{m(BN)} \text{sen } (\omega t - 120^\circ) \\
 e_{CN} &= E_{m(CN)} \text{sen } (\omega t - 240^\circ) \\
 &= E_{m(CN)} \text{sen } (\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}
 \tag{23.1}$$

O diagrama fasorial dessas tensões é mostrado na Figura 23.3, onde o valor eficaz (rms) de cada uma é calculado por:

$$\begin{aligned}
 E_{AN} &= 0,707E_{m(AN)} \\
 E_{BN} &= 0,707E_{m(BN)} \\
 E_{CN} &= 0,707E_{m(CN)}
 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_{AN} &= E_{AN} \angle 0^\circ \\
 \mathbf{E}_{BN} &= E_{BN} \angle -120^\circ \\
 \mathbf{E}_{CN} &= E_{CN} \angle +120^\circ
 \end{aligned}$$

Reorganizando os fasores de outra forma, conforme mostra a Figura 23.4, e aplicando a regra segundo a qual a soma vetoriais de qualquer número de vetores é nula sempre que, ao desenhar os vetores de tal maneira que a 'cauda' do segundo comece onde a 'ponta' do primeiro termina e assim por diante, a ponta do último vetor coincidir com a cauda do primeiro, chegamos à conclusão de que a soma fasorial das tensões de fase em um sistema trifásico é nula. Ou seja,

$$\mathbf{E}_{AN} + \mathbf{E}_{BN} + \mathbf{E}_{CN} = 0
 \tag{23.2}$$

23.3 O GERADOR CONECTADO EM Y

Quando os três terminais *N*, vistos na Figura 23.1(b), são conectados entre si, o gerador é denominado **gerador**

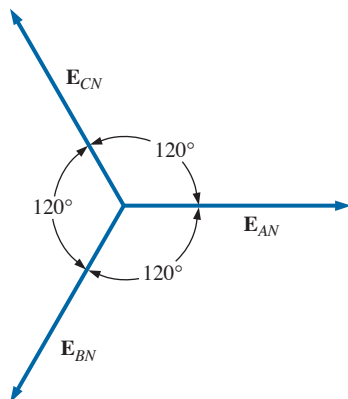


Figura 23.3 Diagrama fasorial para as tensões de fase de um gerador trifásico.

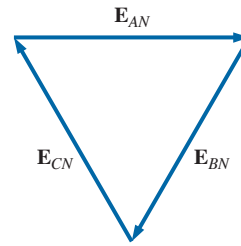


Figura 23.4 Demonstração de que a soma fasorial das tensões de fase de um gerador trifásico é nula.

trifásico conectado em Y (veja a Figura 23.5). Conforme indicado na Figura 23.5, a letra Y, formada pela disposição dos enrolamentos, aparece invertida para facilitar a notação, e também por uma questão de clareza. O ponto comum aos três terminais é chamado de *neutro*. Quando não existe nenhum condutor conectando o neutro à carga, o sistema é chamado de *gerador trifásico conectado em Y de três fios*. Quando existe um fio conectando o neutro à carga, o sistema é chamado de *gerador trifásico conectado em Y de quatro fios*. A função do neutro será discutida em detalhes quando estudarmos a carga dos circuitos trifásicos.

Os três condutores usados para conectar os terminais *A*, *B* e *C* à carga do circuito são chamados de *linhas*. Como se pode ver na Figura 23.5, para um sistema conectado em Y, a **corrente de linha** é igual à **corrente de fase**. Ou seja,

$$\mathbf{I}_L = \mathbf{I}_{\phi g}
 \tag{23.3}$$

onde o índice ϕ é usado para indicar que se trata de uma fase, e o índice *g*, que se trata de um gerador.

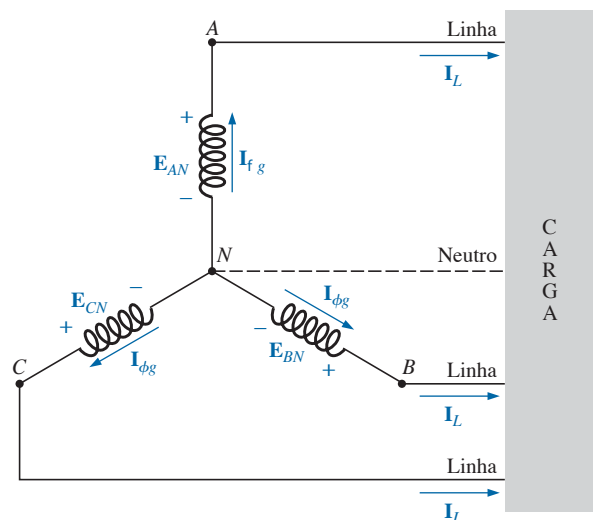


Figura 23.5 Gerador conectado em Y.

A tensão entre uma linha e outra é chamada de **tensão de linha**. No diagrama fasorial (veja a Figura 23.6), a tensão de linha é o fasor que liga as extremidades dos fasores associados a duas fases, no sentido anti-horário.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões à malha indicada na Figura 23.6, obtemos:

$$E_{AB} - E_{AN} + E_{BN} = 0$$

ou $E_{AB} = E_{AN} - E_{BN} = E_{AN} + E_{NB}$

O diagrama fasorial mostrado é redesenhado para se obter E_{AB} , como mostra a Figura 23.7. Cada tensão de fase, quando invertida (E_{NB}), divide ao meio o ângulo entre as outras duas, $\alpha = 60^\circ$. O ângulo β é 30° , já que a reta que passa pelas extremidades opostas de um losango divide os ângulos internos pela metade. As linhas desenhadas entre cantos opostos do losango também formam ângulos retos.

A distância x é dada por:

$$x = E_{AN} \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} E_{AN}$$

e $E_{AB} = 2x = (2) \frac{\sqrt{3}}{2} E_{AN} = \sqrt{3} E_{AN}$

Observando o diagrama fasorial, vemos que o ângulo ϑ de $E_{AB} = \beta = 30^\circ$, então:

$$E_{AB} = E_{AB} \angle 30^\circ = \sqrt{3} E_{AN} \angle 30^\circ$$

e $E_{CA} = \sqrt{3} E_{CN} \angle 150^\circ$
 $E_{BC} = \sqrt{3} E_{BN} \angle 270^\circ$

Ou seja, o módulo da tensão de linha de um gerador conectado em Y é igual a $\sqrt{3}$ vezes a tensão de fase:

$$E_L = \sqrt{3} E_\phi \tag{23.4}$$

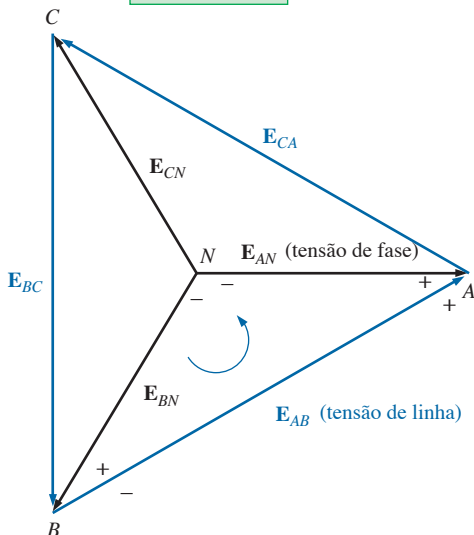


Figura 23.6 Tensões de fase e de linha de um gerador trifásico conectado em Y.

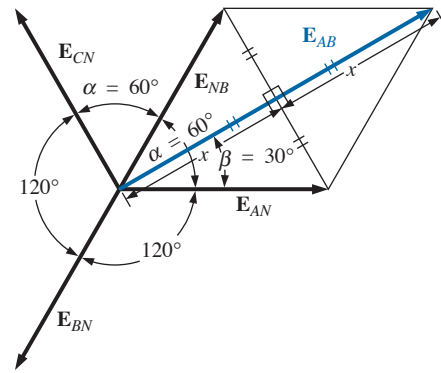


Figura 23.7 Determinação de uma das tensões de linha de um gerador trifásico.

sendo o ângulo de fase entre qualquer tensão de linha e a tensão de fase mais próxima igual a 30° .

Em notação senoidal,

$$e_{AB} = \sqrt{2} E_{AB} \sin(\omega t + 30^\circ)$$

$$e_{CA} = \sqrt{2} E_{CA} \sin(\omega t + 150^\circ)$$

e $e_{BC} = \sqrt{2} E_{BC} \sin(\omega t + 270^\circ)$

O diagrama fasorial das tensões de linhas e de fase é mostrado na Figura 23.8. Reorganizando de outra maneira os fasores que representam as tensões de linha na Figura 23.8(a), é fácil demonstrar que eles formam um circuito fechado, como vemos na Figura 23.8(b). Portanto, podemos concluir que a soma das tensões de linha também é nula; ou seja,

$$E_{AB} + E_{CA} + E_{BC} = 0 \tag{23.5}$$

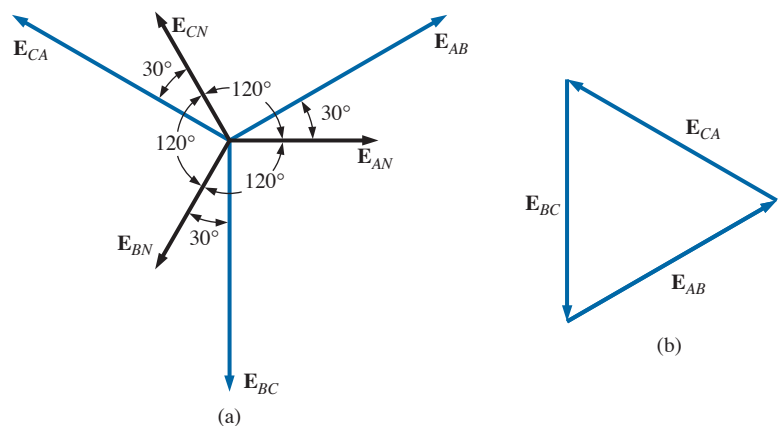


Figura 23.8 (a) Diagrama fasorial das tensões de fases e de linha de um gerador trifásico; (b) demonstração de que a soma fasorial das tensões de linha de um sistema trifásico é nula.

23.4 SEQUÊNCIA DE FASE NO GERADOR CONECTADO EM Y

A **sequência de fase** pode ser determinada pela ordem na qual os fasores que representam as tensões de fase passam por um ponto fixo do diagrama fasorial quando se faz girar todo o diagrama no sentido anti-horário. Por exemplo, na Figura 23.9 a sequência de fase é *ABC*. Entretanto, como o ponto fixo pode ser escolhido em qualquer lugar do diagrama fasorial, a sequência também pode ser descrita como *BCA* ou *CAB*. A sequência de fase é muito importante na conexão dos sistemas de distribuição trifásicos a uma carga. No caso de um motor trifásico, por exemplo, se as conexões de duas tensões de fases forem invertidas, a sequência de fase ficará diferente e o motor passará a girar no sentido oposto. Outros efeitos da sequência de fase serão examinados quando discutirmos os sistemas trifásicos com carga.

A sequência de fase também pode ser descrita em termos das tensões de linha. Representando as tensões de linha em um diagrama de fasores, como mostra a Figura 23.10, podemos determinar a sequência de fase fazendo girar novamente os fasores no sentido anti-horário. Entretanto, nesse caso, a sequência pode ser determinada observando-se a ordem em que passa o primeiro ou o segundo índice. No sistema visto na Figura 23.10, por exemplo, a sequência de fase com base no primeiro índice que passa pelo ponto *P* é *ABC*, e a sequência de fase com base no segundo índice é *BCA*. Mas sabemos que *BCA* é equivalente a *ABC*; assim, essa sequência é a mesma nos dois casos. Observe que essa sequência também é a mesma que foi obtida das tensões de fase para a Figura 23.9.

Quando conhecemos a sequência de fase, o diagrama fasorial pode ser desenhado escolhendo-se uma tensão como referência, representando-a no eixo e então

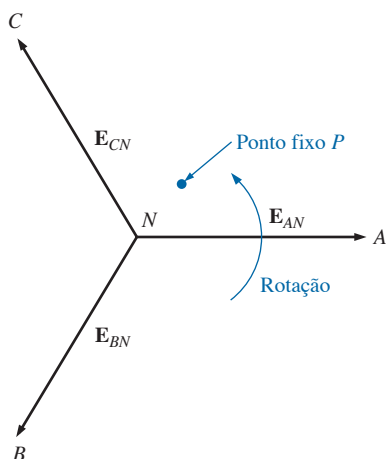


Figura 23.9 Determinação da sequência de fase a partir das tensões de fase de um gerador trifásico.

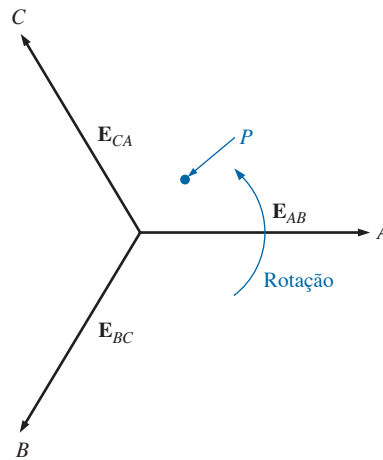


Figura 23.10 Determinação da sequência de fase a partir das tensões de linha de um gerador trifásico.

desenhando as outras tensões nas posições angulares apropriadas. Para uma sequência *ACB*, por exemplo, podemos escolher E_{AB} como referência (veja a Figura 23.11(a)) se quisermos um diagrama de fasores das tensões de linha, ou E_{AN} , se estivermos interessados nas tensões de fase (veja a Figura 23.11(b)). Para a sequência indicada, os diagramas fasoriais seriam os que aparecem na Figura 23.11. Na notação de fasores,

$$\begin{aligned} \text{Tensões de linha} & \begin{cases} \mathbf{E}_{AB} = E_{AB} \angle 0^\circ & (\text{referência}) \\ \mathbf{E}_{CA} = E_{CA} \angle -120^\circ \\ \mathbf{E}_{BC} = E_{BC} \angle +120^\circ \end{cases} \\ \text{Tensões de fase} & \begin{cases} \mathbf{E}_{AN} = E_{AN} \angle 0^\circ & (\text{referência}) \\ \mathbf{E}_{CN} = E_{CN} \angle -120^\circ \\ \mathbf{E}_{BN} = E_{BN} \angle +120^\circ \end{cases} \end{aligned}$$

23.5 GERADOR CONECTADO EM Y COM UMA CARGA CONECTADA EM Y

As cargas alimentadas por fontes trifásicas podem ser de dois tipos: Y e Δ . Quando uma carga em Y é conectada a um gerador em Y, o sistema é representado simbolicamente por Y-Y. A conexão física de tal sistema é ilustrada na Figura 23.12.

Quando a carga é equilibrada, a **conexão do neutro** pode ser removida sem que o circuito seja afetado; ou seja, se

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_2 = \mathbf{Z}_3$$

então a corrente I_N é nula (esse fato será demonstrado no Exemplo 23.1). Para que a carga seja equilibrada, observe que é preciso que o ângulo de fase seja o mesmo para cada

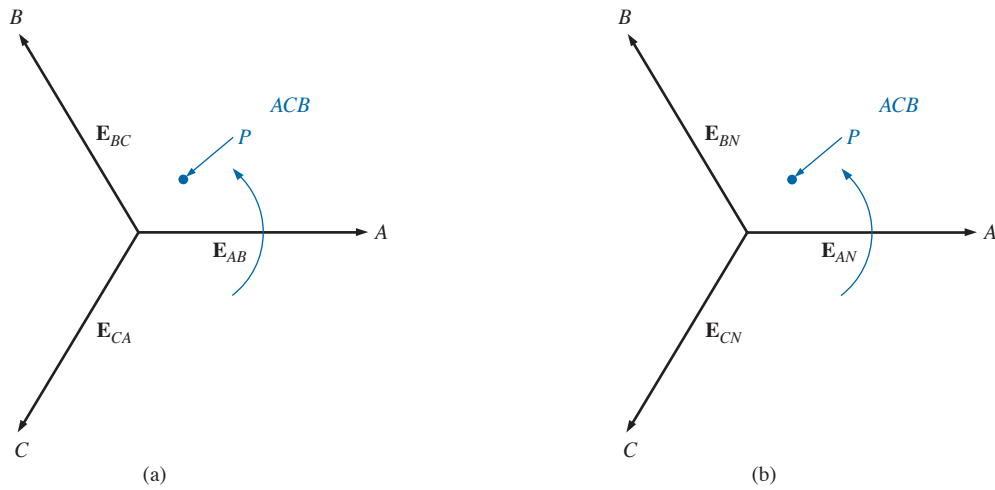


Figura 23.11 Desenho do diagrama fasorial a partir da seqüência de fase.

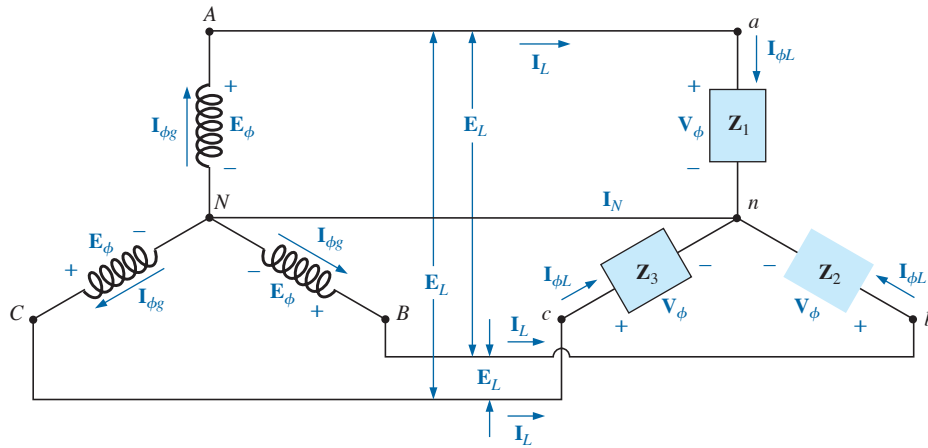


Figura 23.12 Gerador em Y com uma carga em Y.

impedância — uma condição desnecessária no caso de circuitos equilibrados de corrente contínua.

Na prática, se uma fábrica, por exemplo, tivesse apenas cargas trifásicas equilibradas, a ausência do fio neutro não teria efeito, pois, idealmente, o sistema estaria sempre em equilíbrio. Portanto, o custo seria menor ao se usar um condutor a menos. Entretanto, os circuitos de iluminação e os circuitos que alimentam equipamentos elétricos de pequeno porte utilizam apenas uma fase e, mesmo que essas cargas estejam distribuídas uniformemente pelas três fases (como é recomendável), é impossível manter constantemente um equilíbrio perfeito entre as fases, já que as lâmpadas e os equipamentos são ligados e desligados de maneira independente, perturbando a situação de equilíbrio. O fio neutro é, portanto, necessário para transportar a corrente resultante de volta para o gerador conectado em Y. Voltaremos a falar desse assunto quando estudarmos os sistemas trifásicos desequilibrados.

Agora examinaremos o sistema *YY* de quatro fios. As três correntes de fase do gerador são iguais às três correntes de linha, que por sua vez são iguais às três correntes de fase da carga conectada em Y:

$$I_{\phi g} = I_L = I_{\phi L} \tag{23.6}$$

Como o gerador e a carga têm o neutro em comum, seja a carga equilibrada ou não, então:

$$V_{\phi} = E_{\phi} \tag{23.7}$$

Além disso, como $I_{\phi L} = V_{\phi} / Z_{\phi}$, os módulos das correntes de fase são iguais se a carga for equilibrada e diferentes se a carga for desequilibrada. O leitor deve se lembrar de que, no caso de um gerador conectado em Y, o módulo da tensão de linha é igual a $\sqrt{3}$ vezes a tensão

de fase. A mesma relação pode ser aplicada à carga equilibrada ou não de um sistema YY de quatro fios.

$$E_L = \sqrt{3}V_\phi \quad (23.8)$$

No caso de uma queda de tensão em um elemento de carga, o primeiro índice se refere ao terminal através do qual a corrente entra no elemento, e o segundo, ao terminal através do qual a corrente deixa o elemento. Em outras palavras, o primeiro índice é, por definição, positivo em relação ao segundo no momento de definir a polaridade da queda de tensão. Observe a Figura 23.13, na qual a notação do duplo índice foi usada para as tensões do gerador e para as quedas de tensão na carga.

EXEMPLO 23.1

A sequência de fase do gerador conectado em Y visto na Figura 23.13 é ABC.

- a) Determine os ângulos de fase θ_2 e θ_3 .
- b) Determine o módulo das tensões de linha.
- c) Determine as correntes de linha.
- d) Verifique que, como a carga é balanceada, $I_N = 0$.

Soluções:

a) Para uma sequência de fase ABC:

$$\theta_2 = -120^\circ \quad \text{e} \quad \theta_3 = +120^\circ$$

b) $E_L = \sqrt{3}E_\phi = (1,73)(120 \text{ V}) = 208 \text{ V}$. Portanto,

$$E_{AB} = E_{BC} = E_{CA} = 208 \text{ V}$$

c) $V_\phi = E_\phi$. Portanto,

$$\begin{aligned} V_{an} &= E_{AN} & V_{bn} &= E_{BN} & V_{cn} &= E_{CN} \\ I_{\phi L} = I_{an} &= \frac{V_{an}}{Z_{an}} = \frac{120 \text{ V} \angle 0^\circ}{3 \Omega + j4 \Omega} = \frac{120 \text{ V} \angle 0^\circ}{5 \Omega \angle 53,13^\circ} \\ &= 24 \text{ A} \angle -53,13^\circ \end{aligned}$$

$$I_{bn} = \frac{V_{bn}}{Z_{bn}} = \frac{120 \text{ V} \angle -120^\circ}{5 \Omega \angle 53,13^\circ} = 24 \text{ A} \angle -173,13^\circ$$

$$I_{cn} = \frac{V_{cn}}{Z_{cn}} = \frac{120 \text{ V} \angle +120^\circ}{5 \Omega \angle 53,13^\circ} = 24 \text{ A} \angle 66,87^\circ$$

e como $I_L = I_{\phi L}$,

$$I_{Aa} = I_{an} = 24 \text{ A} \angle -53,13^\circ$$

$$I_{Bb} = I_{bn} = 24 \text{ A} \angle -173,13^\circ$$

$$I_{Cc} = I_{cn} = 24 \text{ A} \angle 66,87^\circ$$

d) Aplicando a lei de Kirchhoff para corrente, temos:

$$I_N = I_{Aa} + I_{Bb} + I_{Cc}$$

Em forma retangular,

$$I_{Aa} = 24 \text{ A} \angle -53,13^\circ = 14,40 \text{ A} - j19,20 \text{ A}$$

$$I_{Bb} = 24 \text{ A} \angle -173,13^\circ = -22,83 \text{ A} - j2,87 \text{ A}$$

$$I_{Cc} = 24 \text{ A} \angle 66,87^\circ = 9,43 \text{ A} + j22,07 \text{ A}$$

$$g(I_{Aa} + I_{Bb} + I_{Cc}) = 0 + j0$$

e I_N é de fato igual a **zero**, como era de se esperar por se tratar de uma carga equilibrada.

23.6 O SISTEMA Y-Δ

Não existe a conexão do neutro no sistema Y-Δ mostrado na Figura 23.14. Qualquer variação na impedância de uma das fases que desequilibre o sistema faz com que as correntes de linha sejam diferentes.

No caso de uma carga equilibrada,

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 \quad (23.9)$$

As tensões de fase da carga são iguais às tensões de linha do gerador, mesmo que a carga não seja equilibrada:

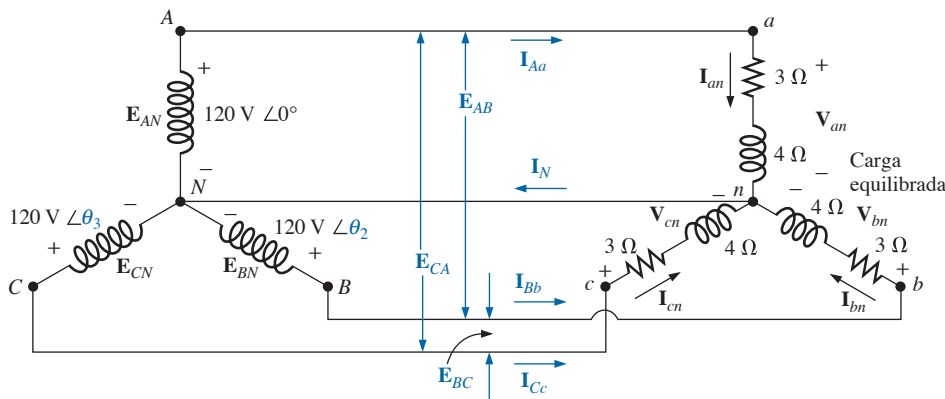


Figura 23.13 Exemplo 23.1

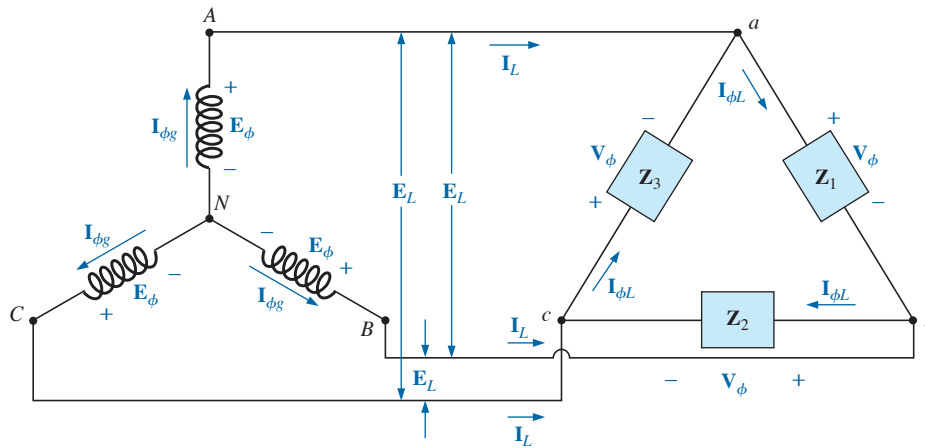


Figura 23.14 Gerador conectado em Y com uma carga conectada em Δ.

$$V_\phi = E_L \quad (23.10)$$

A relação entre as correntes de fase em uma carga equilibrada conectada em Δ pode ser obtida usando uma abordagem semelhante à empregada na Seção 23.3 para determinar a relação entre as tensões de linha e as tensões de fase em um gerador conectado em Y. Entretanto, nesse caso, empregamos a lei de Kirchhoff para correntes em vez da lei de Kirchhoff para tensões.

O resultado obtido é:

$$I_L = \sqrt{3}I_\phi \quad (23.11)$$

e o ângulo de fase entre a corrente de linha e a corrente de fase mais próxima é 30°. Uma discussão mais detalhada dessa relação entre as correntes de linha e de fase nos sistemas conectados em Δ pode ser encontrada na Seção 23.7.

No caso de uma carga equilibrada, os módulos das correntes de linha são iguais, assim como os módulos das correntes de fase.

EXEMPLO 23.2

Considerando o sistema trifásico visto na Figura 23.15:

- a) Determine os ângulos de fase θ_2 e θ_3 .
- b) Determine as correntes de cada fase conectada à carga.
- c) Determine o módulo das correntes de linha.

Soluções:

- a) Para uma sequência ABC,

$$\theta_2 = -120^\circ \quad \text{e} \quad \theta_3 = +120^\circ$$

- b) $V_\phi = E_L$. Portanto,

$$V_{ab} = E_{AB} \quad V_{ca} = E_{CA} \quad V_{bc} = E_{BC}$$

As correntes de fase são

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{150 \text{ V} \angle 0^\circ}{6 \Omega + j8 \Omega} = \frac{150 \text{ V} \angle 0^\circ}{10 \Omega \angle 53,13^\circ} = 15 \text{ A} \angle -53,13^\circ$$

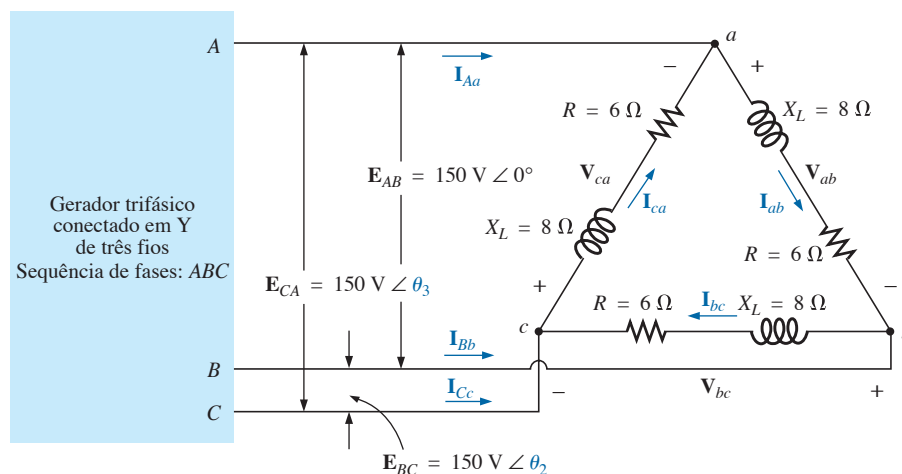


Figura 23.15 Exemplo 23.2.

$$I_{bc} = \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{150 \text{ V } \angle -120^\circ}{10 \Omega \angle 53,13^\circ} = 15 \text{ A } \angle -173,13^\circ$$

$$I_{ca} = \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{150 \text{ V } \angle +120^\circ}{10 \Omega \angle 53,13^\circ} = 15 \text{ A } \angle 66,87^\circ$$

c) $I_L = \sqrt{3}I_\phi = (1,73)(15 \text{ A}) = 25,95 \text{ A}$. Portanto,

$$I_{Aa} = I_{Bb} = I_{Cc} = 25,95$$

23.7 O GERADOR CONECTADO EM Δ

Quando os enrolamentos do gerador visto na Figura 23.16(a) são conectados como mostra a Figura 23.16(b), o sistema é denominado **gerador CA conectado em Δ trifásico com três fios**. Nesse sistema, as tensões de fase e de linha são equivalentes e têm o mesmo valor que as tensões induzidas nos enrolamentos do gerador; ou seja,

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_{AB} = \mathbf{E}_{AN} \text{ e } e_{AN} &= \sqrt{2}E_{AN} \text{ sen } \omega t \\ \mathbf{E}_{BC} = \mathbf{E}_{BN} \text{ e } e_{BN} &= \sqrt{2}E_{BN} \text{ sen } (\omega t - 120^\circ) \\ \mathbf{E}_{CA} = \mathbf{E}_{CN} \text{ e } e_{CN} &= \sqrt{2}E_{CN} \text{ sen } (\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Sequência} \\ \text{de fase} \\ ABC \end{array}$$

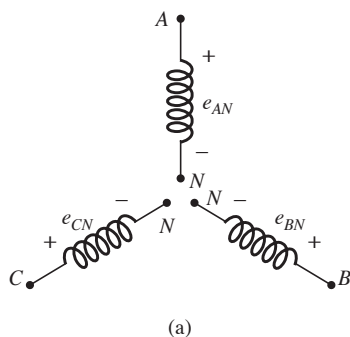
ou
$$\mathbf{E}_L = \mathbf{E}_{\phi g} \tag{23.12}$$

Observe que apenas uma tensão (em módulo) está disponível, em vez de duas, como no sistema conectado em Y.

Diferentemente da corrente de linha no gerador conectado em Y, a corrente de linha no sistema conectado em Δ é diferente da corrente de fase. A relação entre as duas correntes pode ser determinada pela aplicação da lei de Kirchhoff para correntes a um dos nós do circuito e pelo cálculo da corrente de linha em termos das de fase; ou seja, para o nó A,

$$I_{BA} = I_{Aa} + I_{AC}$$

ou
$$I_{Aa} = I_{BA} - I_{AC} = I_{BA} + I_{CA}$$



O diagrama fasorial mostrado na Figura 23.17 é para o caso de uma carga equilibrada.

Usando o mesmo método empregado para determinar a tensão de linha do gerador conectado em Y, obtemos o seguinte:

$$\begin{aligned} I_{Aa} &= \sqrt{3}I_{BA} \angle -30^\circ \\ I_{Bb} &= \sqrt{3}I_{CB} \angle -150^\circ \\ I_{Cc} &= \sqrt{3}I_{AC} \angle 90^\circ \end{aligned}$$

Em geral,

$$I_L = \sqrt{3}I_{\phi g} \tag{23.13}$$

sendo que o ângulo de fase entre a corrente de linha e a corrente de fase mais próxima é de 30°. O diagrama fasorial das correntes é mostrado na Figura 23.18.

É possível demonstrar — da mesma maneira que foi feito para as tensões de um gerador conectado em Y — que a soma fasorial das correntes de linha e das correntes de fase de um gerador conectado em Δ, com uma carga equilibrada é nula.

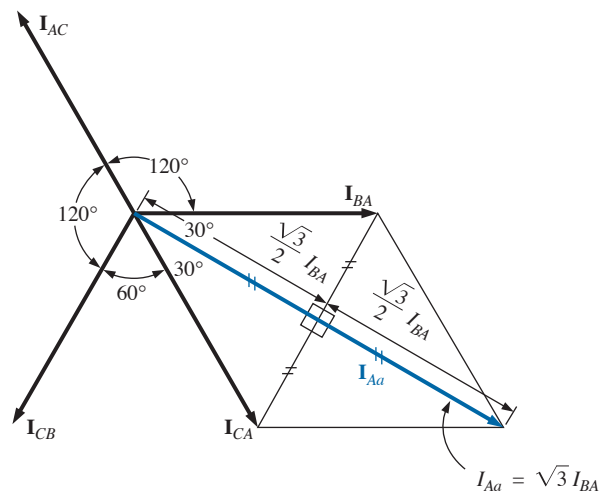


Figura 23.17 Determinação de uma corrente de linha a partir das correntes de fases de um gerador trifásico conectado em Δ.

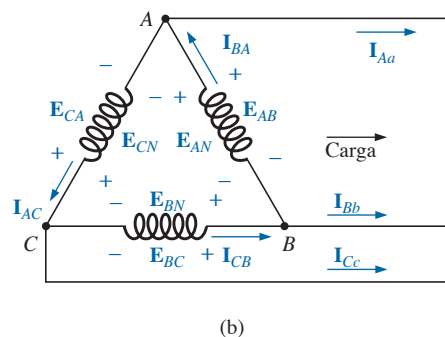


Figura 23.16 Gerador conectado em Δ.

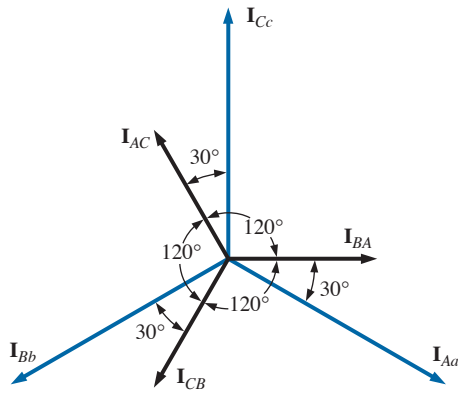


Figura 23.18 Diagrama fasorial das correntes de um gerador trifásico conectado em Δ .

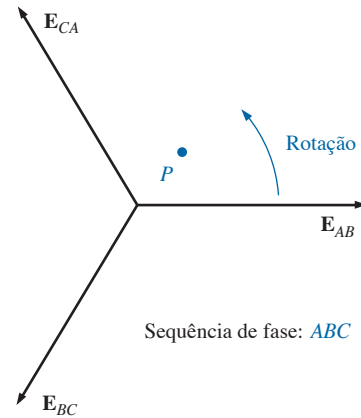


Figura 23.19 Determinação da sequência de fase de um gerador trifásico tipo Δ .

23.8 SEQUÊNCIA DE FASE NO GERADOR CONECTADO EM Δ

Embora as tensões de linha e de fase de um sistema conectado em Δ sejam iguais, é mais prático descrever a sequência de fase em termos das tensões de linha. O método utilizado é o mesmo descrito para as tensões de linha dos geradores conectados em Y. Por exemplo, o diagrama fasorial das tensões de linha para a sequência de fase ABC é mostrado na Figura 23.19. Ao desenhar um diagrama como esse, é preciso tomar cuidado para que o primeiro e o segundo índice das tensões estejam na mesma ordem. Em notação fasorial,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{AB} &= E_{AB} \angle 0^\circ \\ \mathbf{E}_{BC} &= E_{BC} \angle 120^\circ \\ \mathbf{E}_{CA} &= E_{CA} \angle 120^\circ \end{aligned}$$

23.9 OS SISTEMAS TRIFÁSICOS Δ - Δ E Δ -Y

As equações básicas necessárias para analisar os sistemas Δ - Δ e Δ -Y já foram vistas pelo menos uma vez neste capítulo. Portanto, analisaremos diretamente os dois exemplos descritivos, um para uma carga conectada em Δ e outro para uma carga conectada em Y.

EXEMPLO 23.3

Considerando o sistema Δ - Δ visto na Figura 23.20:

- Determine os ângulos de fase θ_2 e θ_3 para a sequência de fase especificada.
- Determine as correntes em cada fase conectada à carga.
- Determine o módulo das correntes de linha.

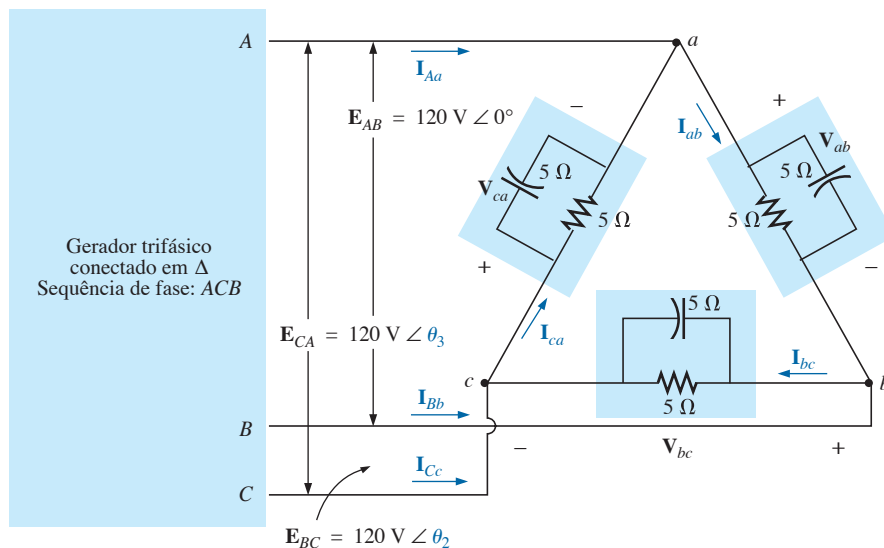


Figura 23.20 Exemplo 23.3: Sistema Δ - Δ .

Soluções:

a) Para uma sequência de fase ACB ,

$$\theta_2 = 120^\circ \quad \text{e} \quad \theta_3 = -120^\circ$$

b) $V_\phi = E_L$. Portanto,

$$V_{ab} = E_{AB} \quad V_{ca} = E_{CA} \quad V_{bc} = E_{BC}$$

As correntes de fase são

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{120 \text{ V} \angle 0^\circ}{(5 \Omega \angle 0^\circ)(5 \Omega \angle -90^\circ)}$$

$$= \frac{120 \text{ V} \angle 0^\circ}{5 \Omega - j5 \Omega}$$

$$= \frac{120 \text{ V} \angle 0^\circ}{25 \Omega \angle -90^\circ}$$

$$= \frac{120 \text{ V} \angle 0^\circ}{7,071 \angle -45^\circ}$$

$$= \frac{120 \text{ V} \angle 0^\circ}{3,54 \Omega \angle -45^\circ} = 33,9 \text{ A} \angle 45^\circ$$

$$I_{bc} = \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{120 \text{ V} \angle 120^\circ}{3,54 \Omega \angle -45^\circ} = 33,9 \text{ A} \angle 165^\circ$$

$$I_{ca} = \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{120 \text{ V} \angle -120^\circ}{3,54 \Omega \angle -45^\circ} = 33,9 \text{ A} \angle -75^\circ$$

c) $I_L = \sqrt{3}I_\phi = (1,73)(34 \text{ A}) = 58,82 \text{ A}$. Portanto,

$$I_{Aa} = I_{Bb} = I_{Cc} = 58,82 \text{ A}$$

EXEMPLO 23.4

Considerando o sistema Δ - Y , mostrado na Figura 23.21:

- a) Determine as tensões de cada fase conectada à carga.
- b) Determine o módulo das tensões de linha.

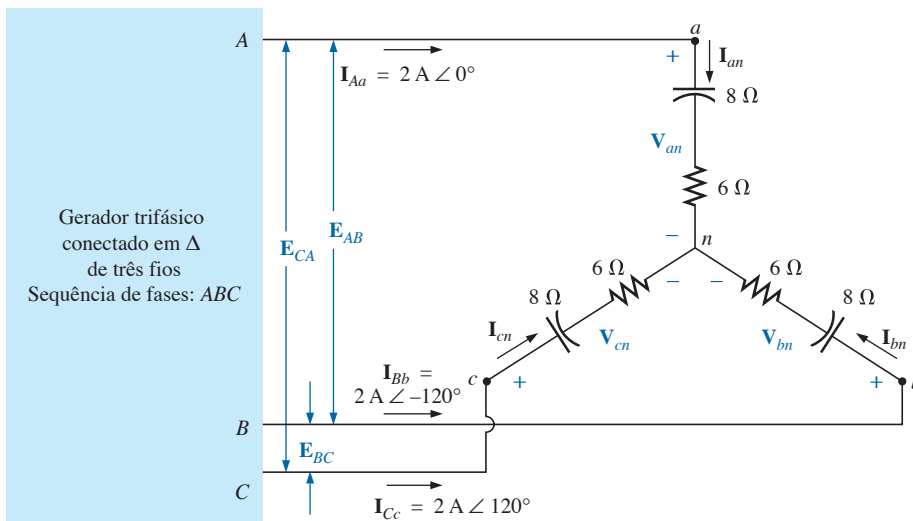


Figura 23.21 Exemplo 23.4: Sistema Δ - Y .

Soluções:

a) $I_{\phi L} = I_L$. Portanto,

$$I_{an} = I_{Aa} = 2 \text{ A} \angle 0^\circ$$

$$I_{bn} = I_{Bb} = 2 \text{ A} \angle -120^\circ$$

$$I_{cn} = I_{Cc} = 2 \text{ A} \angle 120^\circ$$

As tensões de fase são:

$$V_{an} = I_{an}Z_{an} = (2 \text{ A} \angle 0^\circ)(10 \Omega \angle -53,13^\circ)$$

$$= 20 \text{ V} \angle -53,13^\circ$$

$$V_{bn} = I_{bn}Z_{bn} = (2 \text{ A} \angle -120^\circ)(10 \Omega \angle -53,13^\circ)$$

$$= 20 \text{ V} \angle -173,13^\circ$$

$$V_{cn} = I_{cn}Z_{cn} = (2 \text{ A} \angle 120^\circ)(10 \Omega \angle -53,13^\circ)$$

$$= 20 \text{ V} \angle 66,87^\circ$$

b) $E_L = \sqrt{3}V_\phi = (1,73)(20 \text{ V}) = 34,6 \text{ V}$. Portanto,

$$E_{BA} = E_{CB} = E_{AC} = 34,6 \text{ V}$$

23.10 POTÊNCIA

Carga equilibrada conectada em Y

Observe a Figura 23.22 para a discussão a seguir.

Potência média. A potência média fornecida a cada fase pode ser determinada por:

$$P_\phi = V_\phi I_\phi \cos \theta_{V_\phi I_\phi} = I_\phi^2 R_\phi = \frac{V_R^2}{R_\phi} \quad (\text{watts, W}) \quad (23.14)$$

onde $\theta_{V_\phi I_\phi}$ indica que θ é o ângulo de fase entre V_ϕ e I_ϕ .

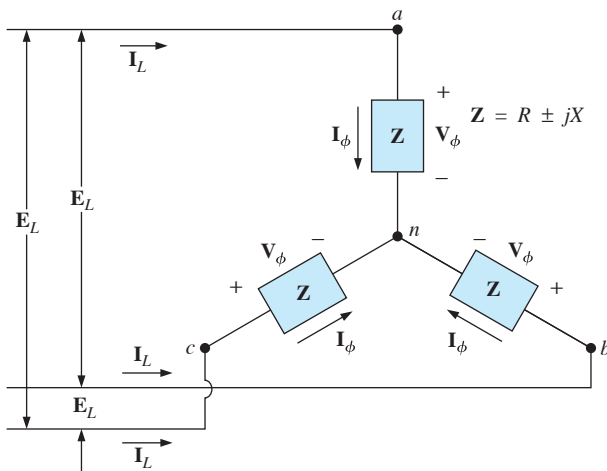


Figura 23.22 Carga equilibrada conectada em Y.

A potência total fornecida à carga equilibrada pode ser determinada pela Equação 23.15 ou pela Equação 23.16:

$$P_T = 3P_\phi \quad (\text{W}) \quad (23.15)$$

ou, como $V_\phi = \frac{E_L}{\sqrt{3}}$ e $I_\phi = I_L$

então $P_T = 3 \frac{E_L}{\sqrt{3}} I_L \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi}$

$$\text{Mas } \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)(1) = \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

Portanto,

$$P_T = \sqrt{3} E_L I_L \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = 3 I_L^2 R_\phi \quad (\text{W}) \quad (23.16)$$

Potência reativa. A potência reativa associada a cada fase (em volts-ampères reativo) é:

$$Q_\phi = V_\phi I_\phi \sin \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = I_\phi^2 X_\phi = \frac{V_\phi^2}{X_\phi} \quad (\text{VAR}) \quad (23.17)$$

A potência reativa total da carga é:

$$Q_T = 3Q_\phi \quad (\text{VAR}) \quad (23.18)$$

ou, procedendo da mesma maneira como anteriormente, temos:

$$Q_T = \sqrt{3} E_L I_L \sin \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = 3 I_L^2 X_\phi \quad (\text{VAR}) \quad (23.19)$$

Potência aparente. A potência aparente associada a cada fase é:

$$S_\phi = V_\phi I_\phi \quad (\text{VA}) \quad (23.20)$$

A potência aparente total associada à carga é:

$$S_T = 3S_\phi \quad (\text{VA}) \quad (23.21)$$

ou, como anteriormente:

$$S_T = \sqrt{3} E_L I_L \quad (\text{VA}) \quad (23.22)$$

Fator de potência. O fator de potência do sistema é dado por:

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi} \quad (\text{adiantado ou atrasado}) \quad (23.23)$$

EXEMPLO 23.5

Considerando a carga conectada em Y vista na Figura 23.23:

- Determine a potência média para cada fase e a potência média total.
- Determine a potência reativa para cada fase e a potência reativa total.
- Determine a potência aparente para cada fase e a potência aparente total.
- Determine o fator de potência da carga.

Soluções:

a) A *potência média* é

$$P_\phi = V_\phi I_\phi \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = (100 \text{ V})(20 \text{ A}) \cos 53,13^\circ = (2.000)(0,6) = \mathbf{1.200 \text{ W}}$$

$$P_\phi = I_\phi^2 R_\phi = (20 \text{ A})^2 (3 \Omega) = (400)(3) = \mathbf{1.200 \text{ W}}$$

$$P_\phi = \frac{V_R^2}{R_\phi} = \frac{(60 \text{ V})^2}{3 \Omega} = \frac{3600}{3} = \mathbf{1.200 \text{ W}}$$

$$P_T = 3P_\phi = (3)(1200 \text{ W}) = \mathbf{3.600 \text{ W}}$$

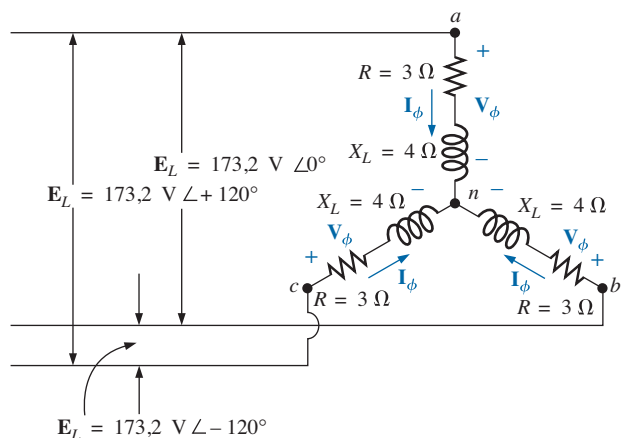


Figura 23.23 Exemplo 23.5.

ou

$$P_T = \sqrt{3}E_L I_L \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = (1,732)(173,2 \text{ V})(20 \text{ A})(0,6) = \mathbf{3.600 \text{ W}}$$

b) A potência reativa é:

$$Q_\phi = V_\phi I_\phi \text{ sen } \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = (100 \text{ V})(20 \text{ A}) \text{ sen } 53,13^\circ = (2.000)(0,8) = \mathbf{1.600 \text{ VAR}}$$

ou $Q_\phi = I_\phi^2 X_\phi = (20 \text{ A})^2 (4 \Omega) = (400)(4) = \mathbf{1.600 \text{ VAR}}$

$$Q_T = 3Q_\phi = (3)(1.600 \text{ VAR}) = \mathbf{4.800 \text{ VAR}}$$

ou

$$Q_T = \sqrt{3}E_L I_L \text{ sen } \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = (1,732)(173,2 \text{ V})(20 \text{ A})(0,8) = \mathbf{4.800 \text{ VAR}}$$

c) A potência aparente é:

$$S_\phi = V_\phi I_\phi = (100 \text{ V})(20 \text{ A}) = \mathbf{2.000 \text{ VA}}$$

$$S_T = 3S_\phi = (3)(2.000 \text{ VA}) = \mathbf{6.000 \text{ VA}}$$

ou $S_T = \sqrt{3}E_L I_L = (1,732)(173,2 \text{ V})(20 \text{ A}) = \mathbf{6.000 \text{ VA}}$

d) O fator de potência é

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \frac{3.600 \text{ W}}{6.000 \text{ VA}} = \mathbf{0,6 \text{ atrasado}}$$

Carga equilibrada conectada em Δ

Observe a Figura 23.24 para a discussão a seguir.

Potência média

$$P_\phi = V_\phi I_\phi \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = I_\phi^2 R_\phi = \frac{V_\phi^2}{R_\phi} \quad (\text{W}) \quad (23.24)$$

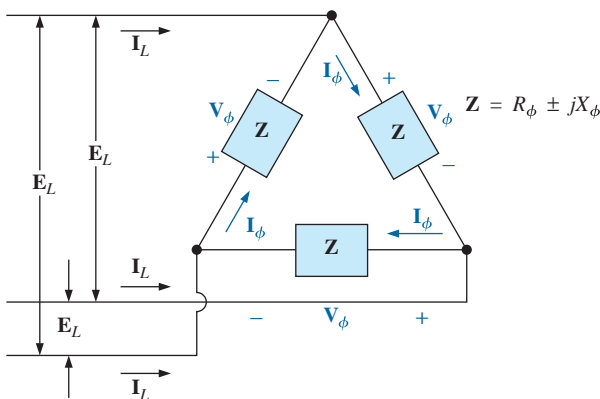


Figura 23.24 Carga equilibrada conectada em δ.

$$P_T = 3P_\phi \quad (\text{W}) \quad (23.25)$$

Potência reativa

$$Q_\phi = V_\phi I_\phi \text{ sen } \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = I_\phi^2 X_\phi = \frac{V_\phi^2}{X_\phi} \quad (\text{VAR}) \quad (23.26)$$

$$Q_T = 3Q_\phi \quad (\text{VAR}) \quad (23.27)$$

Potência aparente

$$S_\phi = V_\phi I_\phi \quad (\text{VAR}) \quad (23.28)$$

$$S_T = 3S_\phi = \sqrt{3}E_L I_L \quad (\text{VA}) \quad (23.29)$$

Fator de potência

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} \quad (23.30)$$

EXEMPLO 23.6

Para a carga conectada em Δ-Y, mostrada na Figura 23.25, determine os valores totais das potências média, reativa e aparente. Além disso, determine o fator de potência da carga.

Solução:

Considere o Δ e o Y separadamente.

Para o Δ:

$$Z_\Delta = 6 \Omega - j 8 \Omega = 10 \Omega \angle -53,13^\circ$$

$$I_\phi = \frac{E_L}{Z_\Delta} = \frac{200 \text{ V}}{10 \Omega} = 20 \text{ A}$$

$$P_{T_\Delta} = 3I_\phi^2 R_\phi = (3)(20 \text{ A})^2 (6 \Omega) = \mathbf{7.200 \text{ W}}$$

$$Q_{T_\Delta} = 3I_\phi^2 X_\phi = (3)(20 \text{ A})^2 (8 \Omega) = \mathbf{9.600 \text{ VAR (C)}}$$

$$S_{T_\Delta} = 3V_\phi I_\phi = (3)(200 \text{ V})(20 \text{ A}) = \mathbf{12.000 \text{ VA}}$$

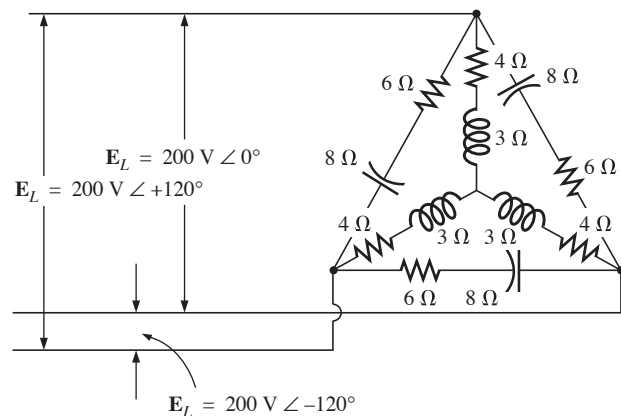


Figura 23.25 Exemplo 23.6.

Para o Y:

$$Z_Y = 4 \Omega + j 3 \Omega = 5 \Omega \angle 36,87^\circ$$

$$I_\phi = \frac{E_L / \sqrt{3}}{Z_Y} = \frac{200 \text{ V} / \sqrt{3}}{5 \Omega} = \frac{116 \text{ V}}{5 \Omega} = 23,12 \text{ A}$$

$$P_{T_Y} = 3I_\phi^2 R_\phi = (3)(23,12 \text{ A})^2(4 \Omega) = \mathbf{6.414,41 \text{ W}}$$

$$Q_{T_Y} = 3I_\phi^2 X_\phi = (3)(23,12 \text{ A})^2(3 \Omega) = \mathbf{4.810,81 \text{ VAR (L)}}$$

$$S_{T_Y} = 3V_\phi I_\phi = (3)(116 \text{ V})(23,12 \text{ A}) = \mathbf{8.045,76 \text{ VA}}$$

Para a carga total:

$$P_T = P_{T_\Delta} + P_{T_Y} = 7.200 \text{ W} + 6.414,41 \text{ W} = \mathbf{13.614,41 \text{ W}}$$

$$Q_T = Q_{T_\Delta} - Q_{T_Y} = 9.600 \text{ VAR (C)} - 4.810,81 \text{ VAR (L)} = \mathbf{4.789,19 \text{ VAR (C)}}$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(13.614,41 \text{ W})^2 + (4.789,19 \text{ VAR})^2} = \mathbf{14.432,2 \text{ VA}}$$

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \frac{13.614,41 \text{ W}}{14.432,20 \text{ VA}} = \mathbf{0,943 \text{ adiantado}}$$

EXEMPLO 23.7

As três linhas de transmissão do sistema trifásico de três fios mostrado na Figura 23.26 possuem uma impedância de $15 \Omega + j 20 \Omega$. O sistema fornece uma potência total de 160 kW em 12.000 V para uma carga trifásica equilibrada com um fator de potência atrasado de 0,86.

- a) Determine o módulo da tensão de linha E_{AB} do gerador.
- b) Encontre o fator de potência da carga total aplicada ao gerador.
- c) Qual é a eficiência do sistema?

Soluções:

a) V_ϕ (carga) = $\frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{12.000 \text{ V}}{1,73} = 6.936,42 \text{ V}$

P_T (carga) = $3V_\phi I_\phi \cos \theta$

e

$$I_\phi = \frac{P_T}{3V_\phi \cos \theta} = \frac{160.000 \text{ W}}{3(6.936,42 \text{ V})(0,86)} = \mathbf{8,94 \text{ A}}$$

Como $\theta = \cos^{-1} 0,86 = 30,68^\circ$, se atribuirmos a V_ϕ um ângulo de 0° , ou seja, se fizermos $V_\phi = V_\phi \angle 0^\circ$, um fator de potência de 0,86 atrasado implicará:

$$I_\phi = 8,94 \text{ A} \angle -30,68^\circ$$

A Figura 23.27 mostra o circuito equivalente para cada uma das fases, onde:

$$E_{AN} - I_\phi Z_{\text{linha}} - V_\phi = 0$$

ou

$$E_{AN} = I_\phi Z_{\text{linha}} + V_\phi = (8,94 \text{ A} \angle -30,68^\circ)(25 \Omega \angle 53,13^\circ) + 6.936,42 \text{ V} \angle 0^\circ = 223,5 \text{ V} \angle 22,45^\circ + 6.936,42 \text{ V} \angle 0^\circ = 206,56 \text{ V} + j 85,35 \text{ V} + 6.936,42 \text{ V} = 7.142,98 \text{ V} + j 85,35 \text{ V} = 7.143,5 \text{ V} \angle 0,68^\circ$$

Então $E_{AB} = \sqrt{3}E_{\phi g} = (1,73)(7.143,5 \text{ V}) = \mathbf{12.358,26 \text{ V}}$

b) $P_T = P_{\text{carga}} + P_{\text{linhas}} = 160 \text{ kW} + 3(I_L)^2 R_{\text{linha}} = 160 \text{ kW} + 3(8,94 \text{ A})^2 15 \Omega = 160.000 \text{ W} + 3.596,55 \text{ W} = 163.596,55 \text{ W}$

e $P_T = \sqrt{3}V_L I_L \cos \theta_T$

ou $\cos \theta_T = \frac{P_T}{\sqrt{3}V_L I_L} = \frac{163.596,55 \text{ W}}{(1,73)(12.358,26 \text{ V})(8,94 \text{ A})}$

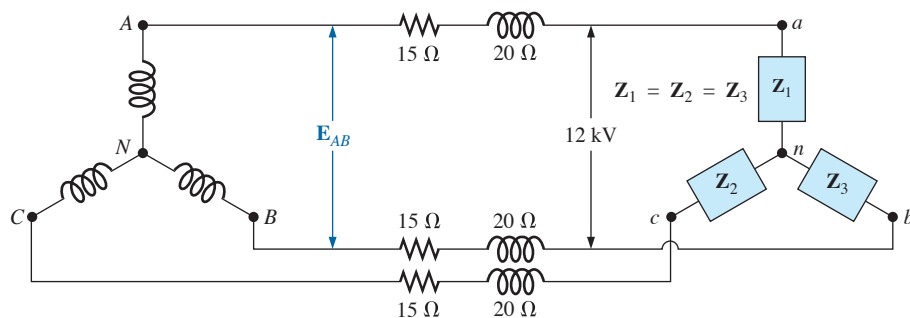


Figura 23.26 Exemplo 23.7.

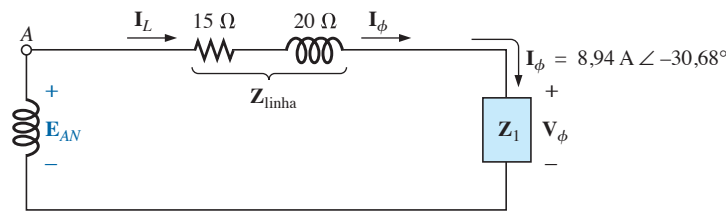


Figura 23.27 Circuito equivalente para cada uma das fases do sistema visto na Figura 23.26.

e $F_p = 0,856 = 0,86$ da carga

c) $\eta = \frac{P_o}{P_i} = \frac{P_o}{P_o + P_{perdas}}$
 $= \frac{160 \text{ kW}}{160 \text{ kW} + 3.596,55 \text{ W}} = 0,978$
 $= 97,8\%$

No caso de uma carga (equilibrada ou não), os wattímetros são conectados conforme mostra a Figura 23.29. A potência total é novamente obtida somando-se as leituras dos três wattímetros:

$$P_{T\Delta} = P_1 + P_2 + P_3 \quad (23.32)$$

Se nos dois casos analisados a carga estiver equilibrada, as potências fornecidas pelas fases serão iguais. Nesse caso, para obter a potência total bastará multiplicar por três a leitura de um dos wattímetros.

23.11 O MÉTODO DOS TRÊS WATTÍMETROS

A potência fornecida a uma carga conectada em Y, equilibrada ou não, através de um sistema de quatro fios pode ser medida por meio do **método dos três wattímetros**, ou seja, usando três wattímetros conectados da maneira indicada na Figura 23.28. Cada wattímetro mede a potência fornecida a uma das fases da carga. As bobinas de tensão dos wattímetros são conectadas em paralelo com a carga, enquanto as bobinas de corrente são conectadas em série. A potência média total do sistema pode ser determinada somando as leituras dos três wattímetros:

$$P_{TY} = P_1 + P_2 + P_3 \quad (23.31)$$

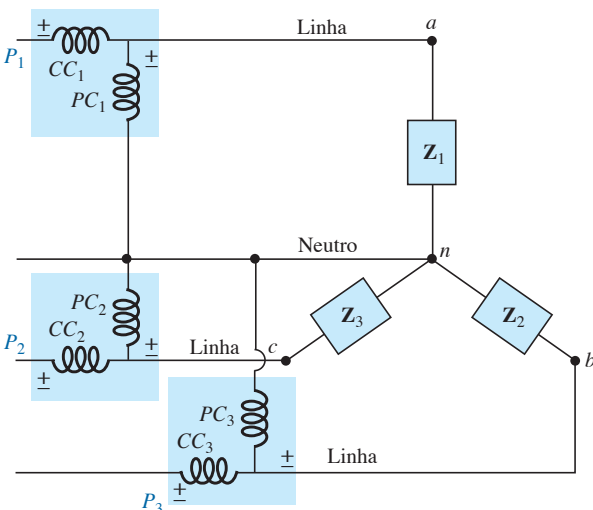


Figura 23.28 Método dos três wattímetros aplicado a uma carga conectada em Y.

23.12 O MÉTODO DOS DOIS WATTÍMETROS

A potência fornecida a um circuito trifásico de três fios conectado em Y ou Δ , equilibrado ou não, pode ser medida com apenas dois wattímetros se eles forem conectados adequadamente ao circuito e as leituras forem interpretadas de maneira correta. As conexões para o uso do **método dos dois wattímetros** são mostradas na Figura 23.30. Um dos terminais de cada bobina de tensão dos wattímetros é conectado na mesma linha. As bobinas de corrente são conectadas nas outras duas linhas.

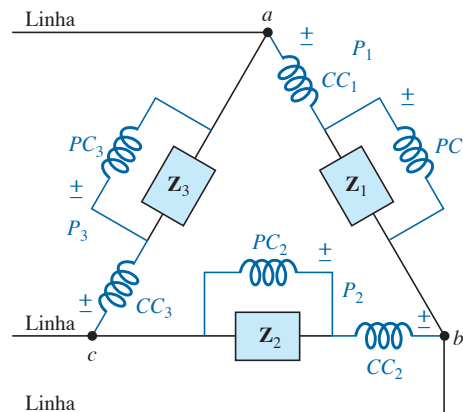


Figura 23.29 Método dos três wattímetros aplicado a uma carga conectada em Δ .

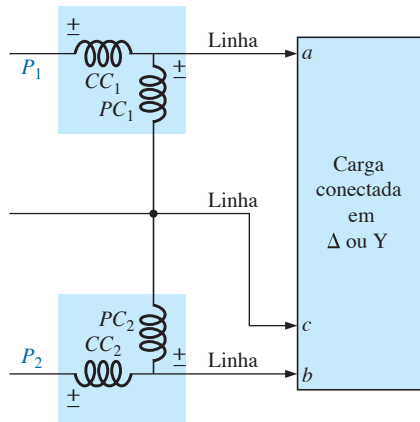


Figura 23.30 Método dos dois wattímetros aplicado à carga conectada em Δ ou Y.

As conexões mostradas na Figura 23.31 também estão de acordo com os requisitos. Existe uma terceira maneira de conectar os wattímetros, mas ela será deixada como exercício para o leitor.

A potência total fornecida à carga é a soma algébrica das leituras dos dois wattímetros. Para uma carga *equilibrada*, consideraremos dois métodos para determinar se a potência total é a soma ou a diferença entre as leituras dos wattímetros. O primeiro método exige o conhecimento do fator de potência da carga (não importando se é adiantado ou atrasado) para qualquer uma das fases conectadas à carga. Uma vez obtida essa informação, ela pode ser aplicada diretamente à curva da Figura 23.32.

A curva mostrada na Figura 23.32 é um gráfico do fator de potência da carga em função da razão P_1/P_h , onde P_1 e P_h são os módulos da menor (*lower*) e da maior (*higher*) leitura dos wattímetros, respectivamente. Observe que para um fator de potência (adiantado ou atrasado) maior que 0,5, a razão é positiva. Isso indica que as leituras dos

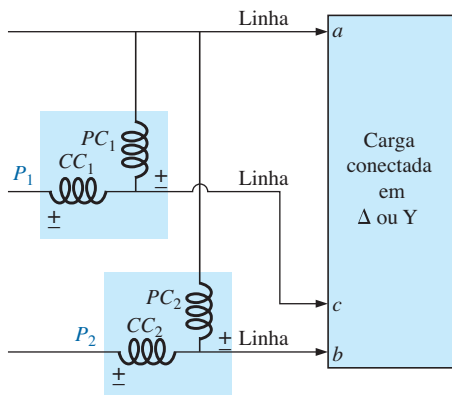


Figura 23.31 Configuração alternativa para o uso do método dos dois wattímetros.

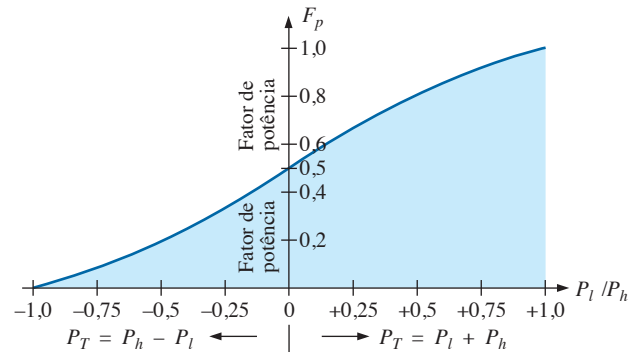


Figura 23.32 Como verificar se as leituras dos dois wattímetros devem ser somadas ou subtraídas.

dois wattímetros são positivas e a potência total é a soma das leituras dos dois wattímetros; ou seja, $P_T = P_1 + P_h$. Quando o fator de potência é menor do que 0,5 (adiantado ou atrasado), a razão é negativa. Isso quer dizer que uma das leituras é negativa e que a potência total é a diferença entre as duas leituras; ou seja, $P_T = P_h - P_l$.

Um exame cuidadoso revela que, quando o fator de potência é unitário ($\cos 0^\circ = 1$), que corresponde a uma carga puramente resistiva, $P_1/P_h = 1$ ou $P_l = P_h$, e as leituras dos dois wattímetros são iguais; no caso de um fator de potência nulo ($\cos 90^\circ = 0$), que corresponde a uma carga puramente reativa, $P_1/P_h = -1$ ou $P_l = -P_h$, e os dois wattímetros têm a mesma leitura, porém, com sinais opostos. A transição de uma razão negativa para uma razão positiva ocorre quando o fator de potência da carga é 0,5 ou $\theta = \cos^{-1} 0,5 = 60^\circ$. Com esse fator de potência, $P_1/P_h = 0$, de maneira que $P_l = 0$, enquanto P_h é igual à potência total fornecida à carga.

O segundo método para determinar se a potência total é a soma ou a diferença das leituras dos dois wattímetros envolve um teste muito simples. Para aplicá-lo, é preciso que os dois wattímetros estejam indicando leituras positivas. Se a indicação de um wattímetro (ou de ambos) for negativa, basta inverter as conexões da bobina de corrente. Para realizar o teste, proceda da seguinte maneira:

1. Verifique qual das três linhas não tem uma bobina de corrente ligada em série.
2. Desligue o fio da bobina de tensão do wattímetro de menor leitura que está ligado à linha que não possui uma bobina de corrente conectada.
3. Encoste o fio que foi desligado no item (2) na linha à qual está ligada a bobina de corrente do wattímetro de maior leitura.
4. Se a leitura for negativa (menor do que zero wats), a potência total é a diferença entre as leituras dos dois wattímetros; se a leitura for positiva, a potência total é a soma das duas leituras.

No caso de um *sistema equilibrado*, como

$$P_T = P_h \pm P_l = \sqrt{3}E_L I_L \cos \theta_{I_\phi}^V$$

o fator de potência da carga (fase) pode ser calculado a partir das leituras dos wattímetros e dos módulos da tensão e da corrente de linha:

$$F_p = \cos \theta_{I_\phi}^V = \frac{P_h \pm P_l}{\sqrt{3}E_L I_L} \quad (23.33)$$

EXEMPLO 23.8

Considerando a carga não equilibrada conectada em Δ mostrada na Figura 23.33, com dois wattímetros conectados adequadamente ao circuito:

- a) Determine o módulo e o ângulo das correntes de fase.
- b) Calcule o módulo e o ângulo das correntes de linha.
- c) Determine a leitura dos wattímetros.
- d) Calcule a potência total drenada pela carga.
- e) Compare o resultado do item (d) com a potência total calculada utilizando os valores das correntes de fase e dos elementos resistivos.

Soluções:

$$a) \mathbf{I}_{ab} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{\mathbf{Z}_{ab}} = \frac{\mathbf{E}_{AB}}{\mathbf{Z}_{ab}} = \frac{208 \text{ V } \angle 0^\circ}{10 \Omega \angle 0^\circ} = \mathbf{20,8 \text{ A } \angle 0^\circ}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{bc} &= \frac{\mathbf{V}_{bc}}{\mathbf{Z}_{bc}} = \frac{\mathbf{E}_{BC}}{\mathbf{Z}_{bc}} = \frac{208 \text{ V } \angle -120^\circ}{15 \Omega + j 20 \Omega} \\ &= \frac{208 \text{ V } \angle -120^\circ}{25 \Omega \angle 53,13^\circ} \\ &= \mathbf{8,32 \text{ A } \angle -173,13^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{ca} &= \frac{\mathbf{V}_{ca}}{\mathbf{Z}_{ca}} = \frac{\mathbf{E}_{CA}}{\mathbf{Z}_{ca}} = \frac{208 \text{ V } \angle +120^\circ}{12 \Omega + j 12 \Omega} \\ &= \frac{208 \text{ V } \angle +120^\circ}{16,97 \Omega \angle -45^\circ} \\ &= \mathbf{12,26 \text{ A } \angle 165^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \mathbf{I}_{Aa} &= \mathbf{I}_{ab} - \mathbf{I}_{ca} \\ &= 20,8 \text{ A } \angle 0^\circ - 12,26 \text{ A } \angle 165^\circ \\ &= 20,8 \text{ A} - (-11,84 \text{ A} + j 3,17 \text{ A}) \\ &= 20,8 \text{ A} + 11,84 \text{ A} - j 3,17 \text{ A} \\ &= 32,64 \text{ A} - j 3,17 \text{ A} \\ &= \mathbf{32,79 \text{ A } \angle -5,55^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{Bb} &= \mathbf{I}_{bc} - \mathbf{I}_{ab} \\ &= 8,32 \text{ A } \angle -173,13^\circ - 20,8 \text{ A } \angle 0^\circ \\ &= (-8,26 \text{ A} - j 1 \text{ A}) - 20,8 \text{ A} \\ &= -29,06 \text{ A} - j 1 \text{ A} \\ &= \mathbf{29,08 \text{ A } \angle -178,03^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{Cc} &= \mathbf{I}_{ca} - \mathbf{I}_{bc} \\ &= 12,26 \text{ A } \angle 165^\circ - 8,32 \text{ A } \angle -173,13^\circ \\ &= (-11,84 \text{ A} + j 3,17 \text{ A}) - (-8,26 \text{ A} - j 1 \text{ A}) \\ &= -3,58 \text{ A} + j 4,17 \text{ A} \\ &= \mathbf{5,5 \text{ A } \angle 130,65^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) P_1 &= V_{ab} I_{Aa} \cos \theta_{I_{Aa}}^{V_{ab}} \quad V_{ab} = 208 \text{ V } \angle 0^\circ \\ \mathbf{I}_{Aa} &= 32,79 \text{ A } \angle -5,55^\circ \\ &= (208 \text{ V})(32,79 \text{ A}) \cos 5,55^\circ \\ &= \mathbf{6.788,35 \text{ W}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{bc} &= \mathbf{E}_{BC} = 208 \text{ V } \angle -120^\circ \\ \text{mas } \mathbf{V}_{cb} &= \mathbf{E}_{CB} = 208 \text{ V } \angle -120^\circ + 180^\circ \\ &= 208 \text{ V } \angle 60^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{com } \mathbf{I}_{Cc} &= 5,5 \text{ A } \angle 130,65^\circ \\ P_2 &= V_{cb} I_{Cc} \cos \theta_{I_{Cc}}^{V_{cb}} \\ &= (208 \text{ V})(5,5 \text{ A}) \cos 70,65^\circ \\ &= \mathbf{379,1 \text{ W}} \end{aligned}$$

$$d) P_T = P_1 + P_2 = 6.788,35 \text{ W} + 379,1 \text{ W} = \mathbf{7.167,45 \text{ W}}$$

$$\begin{aligned} e) P_T &= (I_{ab})^2 R_1 + (I_{bc})^2 R_2 + (I_{ca})^2 R_3 \\ &= (20,8 \text{ A})^2 10 \Omega + (8,32 \text{ A})^2 15 \Omega \\ &\quad + (12,26 \text{ A})^2 12 \Omega \\ &= 4.326,4 \text{ W} + 1.038,34 \text{ W} + 1.803,69 \text{ W} \\ &= \mathbf{7.168,43 \text{ W}} \end{aligned}$$

(A pequena diferença se deve ao arredondamento nos cálculos.)

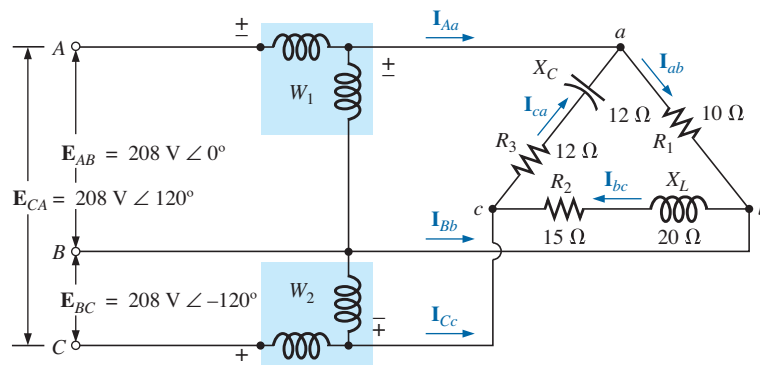


Figura 23.33 Exemplo 23.8.

23.13 CARGA TRIFÁSICA DE QUATRO FIOS, NÃO EQUILBRADA E CONECTADA EM Y

Em uma carga trifásica de quatro fios, não equilibrada e conectada em Y, conforme vemos na Figura 23.34, as condições são tais que *nenhuma* das impedâncias de carga é igual a outra — por isso, trata-se de uma **carga polifásica não equilibrada**. Como o neutro é um ponto comum entre a carga e a fonte, sejam quais forem as impedâncias da fonte e da carga, as três tensões de fase da carga são iguais às tensões de fase correspondentes do gerador:

$$\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_\phi \quad (23.34)$$

Portanto, as correntes de fase podem ser determinadas usando a lei de Ohm:

$$I_{\phi_1} = \frac{\mathbf{V}_{\phi_1}}{\mathbf{Z}_1} = \frac{\mathbf{E}_{\phi_1}}{\mathbf{Z}_1} \quad \text{e assim por diante} \quad (23.35)$$

A corrente no neutro, para qualquer sistema não equilibrado, pode ser calculada usando-se a lei de Kirchhoff para correntes no ponto comum n :

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_{\phi_1} + \mathbf{I}_{\phi_2} + \mathbf{I}_{\phi_3} = \mathbf{I}_{L_1} + \mathbf{I}_{L_2} + \mathbf{I}_{L_3} \quad (23.36)$$

Como a maioria das indústrias usa equipamentos trifásicos e monofásicos, as redes de distribuição de energia elétrica normalmente oferecem os dois tipos de tensão, com a tensão monofásica sendo obtida a partir de uma das fases do sistema trifásico. Além disso, como as cargas das três fases mudam continuamente, costuma-se usar um sistema de quatro fios (com neutro) para manter a tensão estável e fornecer um caminho para a corrente de neutro resultante do desequilíbrio da carga. O sistema mostrado na Figura 23.35 inclui um transformador trifásico que reduz a tensão de linha de 13.800 V para 208 V. As cargas de baixo consumo de energia, como lâmpadas, tomadas de

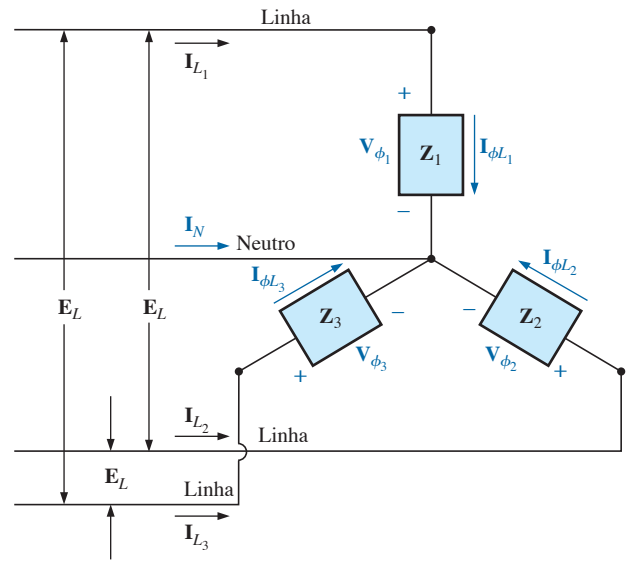


Figura 23.34 Carga não equilibrada conectada em Y.

parede, sistemas de alarme etc. usam a tensão monofásica de 120 V entre a linha e o neutro. As cargas de potência maior como condicionadores de ar, fornos elétricos, secadores, entre outros, usam a tensão monofásica de 208 V entre duas linhas. No caso de motores de grande porte e equipamentos especiais de alta demanda, são usadas as três fases diretamente do sistema trifásico, como ilustra a Figura 23.35. No projeto e na construção de estabelecimentos comerciais, a legislação exige que os consumidores façam o possível para manter equilibrada a carga total do sistema, assegurando assim o máximo de eficiência na distribuição de energia elétrica.

23.14 CARGA TRIFÁSICA DE TRÊS FIOS, NÃO EQUILBRADA E CONECTADA EM Y

No caso do sistema mostrado na Figura 23.36, podemos deduzir as equações necessárias aplicando primeiro a lei de Kirchhoff para tensões às três malhas do circuito:

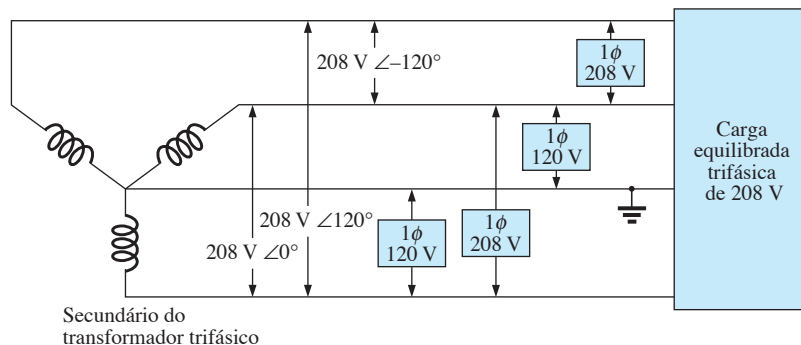


Figura 23.35 Sistema de distribuição industrial 3\phi/1\phi, 208 V/120 V.

$$\begin{aligned} E_{AB} - V_{an} + V_{bn} &= 0 \\ E_{BC} - V_{bn} + V_{cn} &= 0 \\ E_{CA} - V_{cn} + V_{an} &= 0 \end{aligned}$$

Substituindo, temos

$$V_{an} = I_{an}Z_1 \quad V_{bn} = I_{bn}Z_2 \quad V_{cn} = I_{cn}Z_3$$

$$E_{AB} = I_{an}Z_1 - I_{bn}Z_2 \quad (23.37a)$$

$$E_{BC} = I_{bn}Z_2 - I_{cn}Z_3 \quad (23.37b)$$

$$E_{CA} = I_{cn}Z_3 - I_{an}Z_1 \quad (23.37c)$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes ao nó n , temos:

$$I_{an} + I_{bn} + I_{cn} = 0 \quad \text{e} \quad I_{bn} = -I_{an} - I_{cn}$$

Substituindo I_{bn} por seu valor nas equações 23.37(a) e 23.37(b), obtemos:

$$E_{AB} = I_{an}Z_1 - [-(I_{an} + I_{cn})]Z_2$$

$$E_{BC} = -(I_{an} + I_{cn})Z_2 - I_{cn}Z_3$$

que pode ser escrita como:

$$E_{AB} = I_{an}(Z_1 + Z_2) + I_{cn}Z_2$$

$$E_{BC} = I_{an}(-Z_2) + I_{cn}[-(Z_2 + Z_3)]$$

Usando determinantes, temos:

$$\begin{aligned} I_{an} &= \frac{\begin{vmatrix} E_{AB} & Z_2 \\ E_{BC} & -(Z_2 + Z_3) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ -Z_2 & -(Z_2 + Z_3) \end{vmatrix}} \\ &= \frac{-(Z_2 + Z_3)E_{AB} - E_{BC}Z_2}{-Z_1Z_2 - Z_1Z_3 - Z_2Z_3 - Z_2^2 + Z_2^2} \\ I_{an} &= \frac{-Z_2(E_{AB} + E_{BC}) - Z_3E_{AB}}{-Z_1Z_2 - Z_1Z_3 - Z_2Z_3} \end{aligned}$$

Aplicando a lei Kirchhoff para tensões às tensões de linhas,

$$E_{AB} + E_{CA} + E_{BC} = 0 \quad \text{ou} \quad E_{AB} + E_{BC} = -E_{CA}$$

Substituindo $(E_{AB} + E_{BC})$ na equação anterior teremos para I_{an} :

$$I_{an} = \frac{-Z_2(-E_{CA}) - Z_3E_{AB}}{-Z_1Z_2 - Z_1Z_3 - Z_2Z_3}$$

e

$$I_{an} = \frac{E_{AB}Z_3 - E_{CA}Z_2}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3} \quad (23.38)$$

Da mesma forma, é possível mostrar que:

$$I_{cn} = \frac{E_{CA}Z_2 - E_{BC}Z_1}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3} \quad (23.39)$$

Substituindo a Equação 23.39 I_{cn} no segundo membro da Equação 23.37b, obtemos:

$$I_{bn} = \frac{E_{BC}Z_1 - E_{AB}Z_3}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3} \quad (23.40)$$

EXEMPLO 23.9

O indicador de sequência de fase é um instrumento, como o que aparece na Figura 23.37(a), capaz de indicar a sequência de fase de um sistema polifásico. O circuito que realiza essa função é mostrado na Figura 23.37(b). A sequência de fase de tensão aplicada é ABC . A lâmpada rotulada como ABC na figura brilha com mais intensidade do que a lâmpada ACB , porque uma corrente maior passa por ela. Calculando as correntes de fase, podemos demonstrar que essa afirmação é verdadeira:

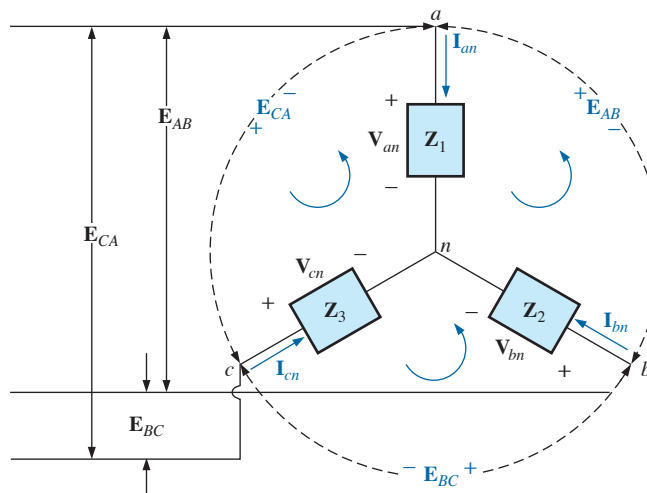


Figura 23.36 Carga trifásica de três fios, não equilibrada e conectada em Y.

$$Z_1 = X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$= \frac{1}{(377 \text{ rad/s})(16 \times 10^{-6} \text{ F})} = 166 \Omega$$

Pela Equação 23.39,

$$I_{cn} = \frac{E_{CA}Z_2 - E_{BC}Z_1}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}$$

$$= \frac{(200 \text{ V} \angle 120^\circ)(200 \Omega \angle 0^\circ) - (200 \text{ V} \angle -120^\circ)(166 \Omega \angle -90^\circ)}{(166 \Omega \angle -90^\circ)(200 \Omega \angle 0^\circ) + (166 \Omega \angle -90^\circ)(200 \Omega \angle 0^\circ) + (200 \Omega \angle 0^\circ)(200 \Omega \angle 0^\circ)}$$

$$I_{cn} = \frac{40,000 \text{ V} \angle 120^\circ + 33,200 \text{ V} \angle -30^\circ}{33,200 \Omega \angle -90^\circ + 33,200 \Omega \angle -90^\circ + 40,000 \Omega \angle 0^\circ}$$

Dividindo o numerador e o denominador por 1.000 e convertendo ambos para a forma retangular, obtemos:

$$I_{cn} = \frac{(-20 + j 34,64) + (28,75 - j 16,60)}{40 - j 66,4}$$

$$= \frac{8,75 + j 18,04}{77,52 \angle -58,93^\circ} = \frac{20,05 \angle 64,13^\circ}{77,52 \angle -58,93^\circ}$$

$$I_{cn} = 0,259 \text{ A} \angle 123,06^\circ$$

Pela Equação 23.40,

$$I_{bn} = \frac{E_{BC}Z_1 - E_{AB}Z_3}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}$$

$$I_{bn} = \frac{E_{BC}Z_1 - E_{AB}Z_3}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}$$

$$= \frac{(200 \text{ V} \angle -120^\circ)(166 \Omega \angle -90^\circ) - (200 \text{ V} \angle 0^\circ)(200 \Omega \angle 0^\circ)}{77,52 \times 10^3 \Omega \angle -58,93^\circ}$$

$$I_{bn} = \frac{33,200 \text{ V} \angle -210^\circ - 40,000 \text{ V} \angle 0^\circ}{77,52 \times 10^3 \Omega \angle -58,93^\circ}$$

Dividindo por 1.000 e convertendo para a forma retangular, obtemos:

$$I_{bn} = \frac{-28,75 + j 16,60 - 40,0}{77,52 \angle -58,93^\circ}$$

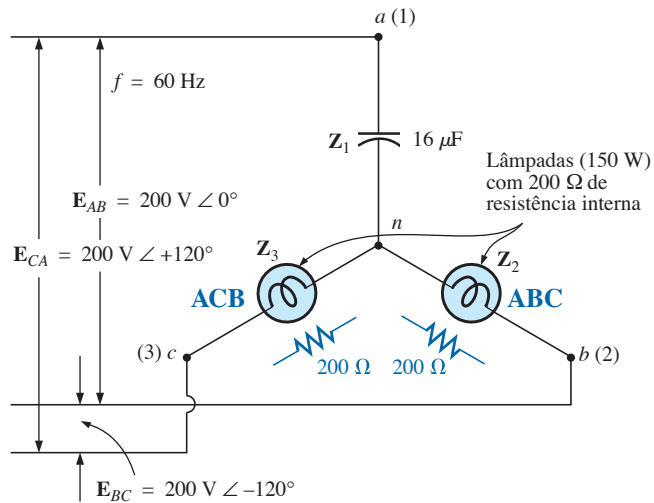
$$= \frac{-68,75 + j 16,60}{77,52 \angle -58,93^\circ}$$

$$= \frac{70,73 \angle 166,43^\circ}{77,52 \angle -58,93^\circ} = 0,91 \text{ A} \angle 225,36^\circ$$

e I_{bn} é três vezes maior do que I_{cn} . Portanto, a lâmpada que indica a sequência de fase ABC brilha com maior intensidade do que a que indica a sequência de fase ACB . Se a sequência de fase da tensão aplicada fosse ACB , a lâmpada correspondente brilharia com mais intensidade.



(a)



(b)

Figura 23.37 (a) Indicador de segurança de fase; (b) circuito detector de sequência de fase. [Parte (a) por cortesia da Fluke Corporation.]

PROBLEMAS

Seção 23.5 Gerador conectado em Y com uma carga conectada em Y

1. Uma carga Y equilibrada com uma resistência de $10\ \Omega$ por fase é conectada a um gerador trifásico de quatro fios conectado em Y com uma tensão de linha de 208 V. Calcule o módulo:
 - a) da tensão de fase do gerador;
 - b) da tensão de fase da carga;
 - c) da corrente de fase da carga;
 - d) da corrente de linha.
2. Repita o Problema 1 se cada impedância de fase for substituída por um resistor de $12\ \Omega$ em série com uma reatância capacitiva de $16\ \Omega$.
3. Repita o Problema 1 se cada impedância de fase for substituída por um resistor de $10\ \Omega$ em paralelo com uma reatância capacitiva de $10\ \Omega$.
4. A sequência de fase do sistema Y-Y visto na Figura 23.38 é ABC.
 - a) Determine os ângulos θ_2 e θ_3 para a sequência de fase especificada.
 - b) Determine as tensões de fase em forma fasorial.

- c) Determine as correntes de fase em forma fasorial.
 - d) Desenhe o diagrama fasorial das correntes determinadas no item (c) e demonstre que a soma fasorial das três correntes é zero.
 - e) Determine o módulo das correntes de linha.
 - f) Determine o módulo das tensões de linha.
5. Repita o Problema 4 se as impedâncias de fase forem substituídas por um resistor de $9\ \Omega$ em série com uma reatância indutiva de $12\ \Omega$.
 6. Repita o Problema 4 se as impedâncias de fase forem substituídas por uma resistência de $6\ \Omega$ em paralelo com uma reatância capacitiva de $8\ \Omega$.
 7. Dado o sistema visto na Figura 23.39, determine o módulo das tensões e correntes desconhecidas.
 - *8. Calcule o módulo da tensão E_{AB} no circuito trifásico equilibrado visto na Figura 23.40.
 - *9. Dado o sistema Y-Y visto na Figura 23.41:
 - a) Calcule o módulo e o ângulo de fase associados às tensões E_{AN} , E_{BN} e E_{CN} .
 - b) Determine o módulo e o ângulo de fase associados às correntes de fase I_{an} , I_{bn} e I_{cn} .

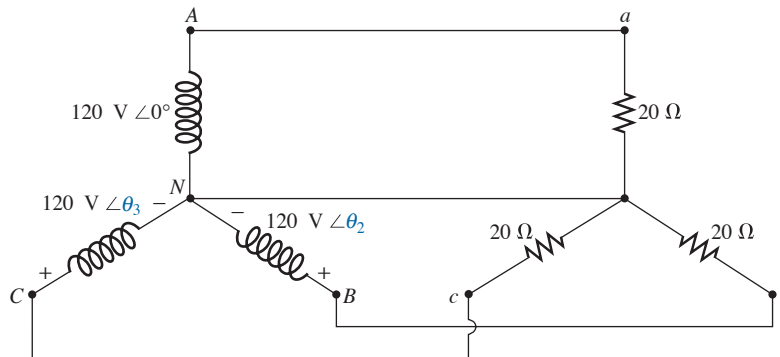


Figura 23.38 Problemas 4, 5, 6 e 31.

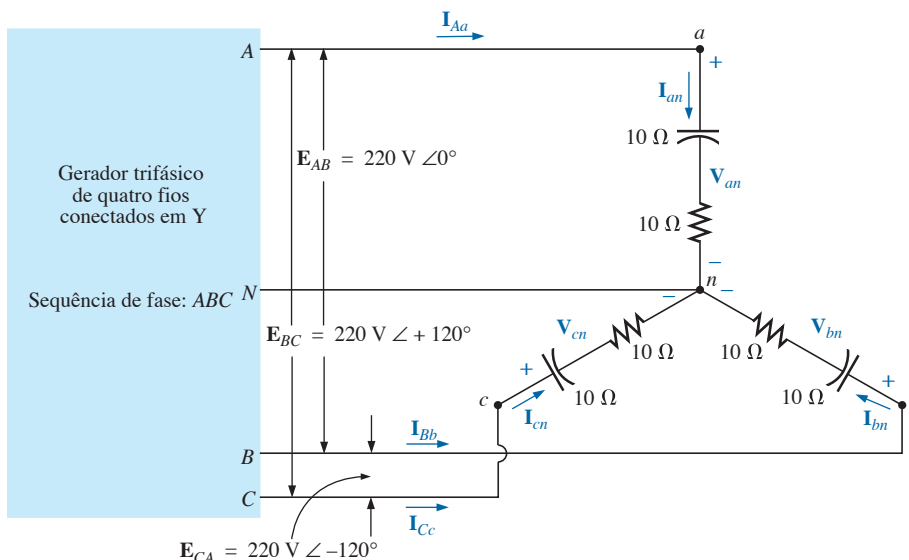


Figura 23.39 Problemas 7, 32 e 44.

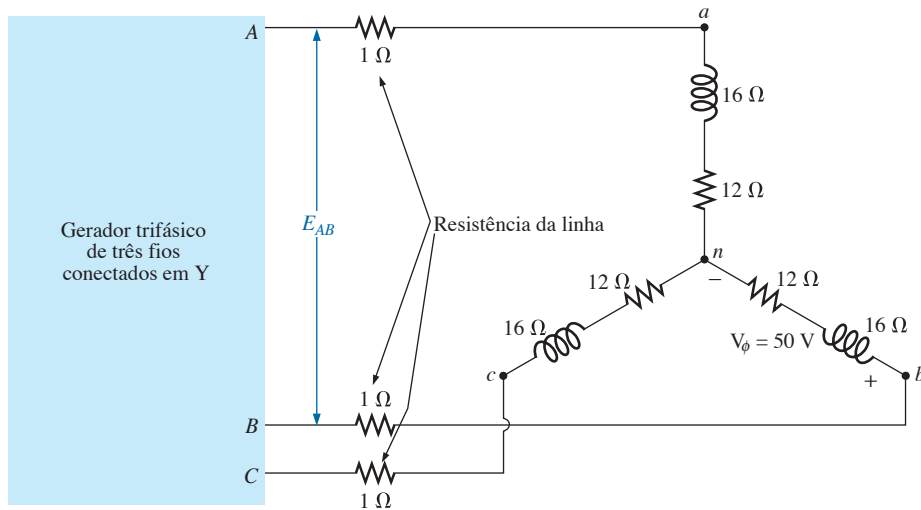


Figura 23.40 Problema 8.

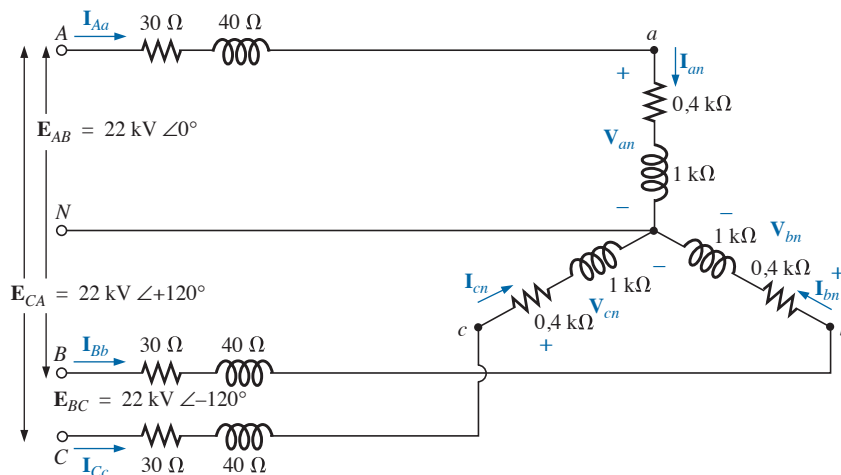


Figura 23.41 Problema 9.

- c) Calcule o módulo e o ângulo de fase associados às correntes de linha I_{Aa} , I_{Bb} e I_{Cc} .
- d) Determine o módulo e o ângulo das tensões de fase V_{an} , V_{bn} e V_{cn} .

Seção 23.6 O sistema Y- Δ

10. Uma carga equilibrada conectada em Δ com uma resistência de $20\ \text{W}$ por ramo é conectada a um gerador trifásico de três fios conectados em Y com uma tensão de linha de $208\ \text{V}$. Calcule o módulo:
 - a) da tensão de fase do gerador.
 - b) da tensão de fase da carga.
 - c) da corrente de fase da carga.
 - d) da corrente de linha.
11. Repita o Problema 10 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de $6,8\ \Omega$ em série com reatâncias indutivas de $14\ \Omega$.
12. Repita o Problema 10 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de $18\ \Omega$ em paralelo com reatâncias capacitivas de $18\ \Omega$.

13. A sequência de fase do sistema Y- Δ visto na Figura 23.42 é ABC.
 - a) Determine os ângulos q_2 e q_3 para a sequência de fase especificada.
 - b) Determine as tensões de fase da carga em forma fasorial.
 - c) Desenhe o diagrama fasorial das tensões obtidas no item (b) e demonstre que a soma das três tensões é zero ao longo da malha fechada da carga em Δ .
 - d) Determine as correntes de fase em forma fasorial.
 - e) Determine o módulo das correntes de linha.
 - f) Determine o módulo das tensões de fase do gerador.
14. Repita o Problema 13 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de $100\ \Omega$ em série com reatâncias capacitivas de $100\ \Omega$.
15. Repita o Problema 13 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de $3\ \Omega$ em paralelo com reatâncias indutivas de $4\ \Omega$.

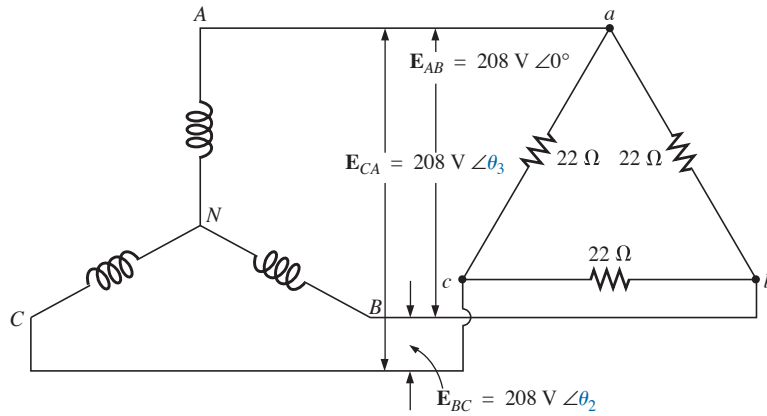


Figura 23.42 Problemas 13, 14, 15, 34 e 45.

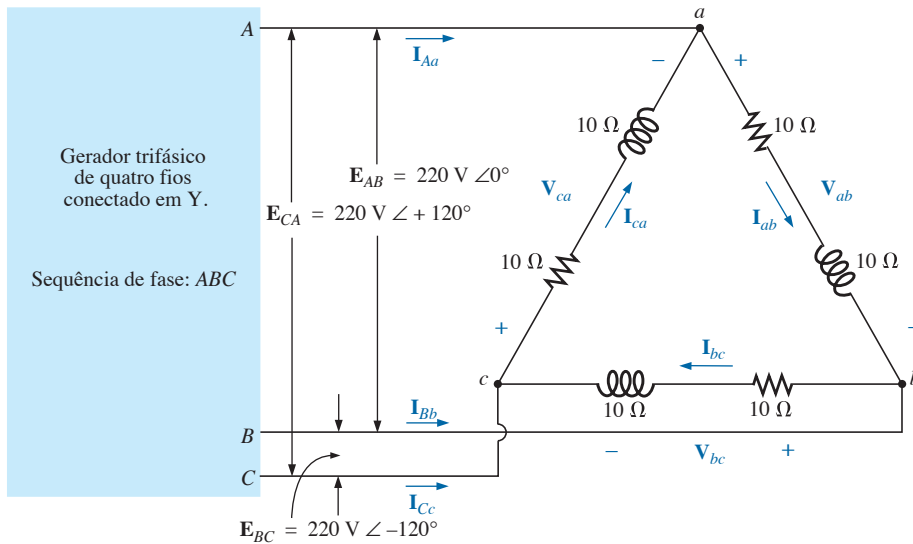


Figura 23.43 Problemas 16, 35 e 47.

16. Para o sistema mostrado na Figura 23.43, determine o módulo das tensões e das correntes desconhecidas.
- *17. Considerando a carga conectada em δ mostrada na Figura 23.44:
- Determine o módulo e o ângulo de fase das correntes de fase I_{ab} , I_{bc} e I_{ca} .
 - Calcule o módulo e o ângulo de fase das correntes de linha I_{Aa} , I_{Bb} e I_{Cc} .
 - Determine o módulo e o ângulo de fase das tensões E_{AB} , E_{BC} e E_{CA} .

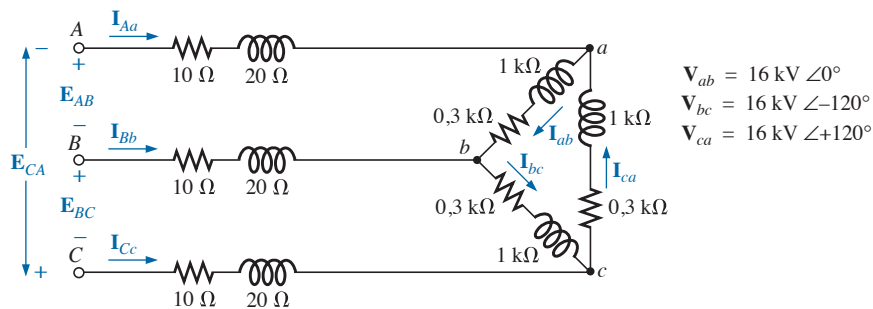


Figura 23.44 Problema 17.

Seção 23.9 Sistemas trifásicos Δ - Δ e Δ -Y

18. Uma carga Y equilibrada com uma resistência de 30Ω por ramo é conectada em um gerador trifásico Δ com uma tensão de linha de 208 V. Calcule o módulo:
 - a) da tensão de fase do gerador.
 - b) da tensão de fase da carga.
 - c) da corrente de fase da carga.
 - d) da corrente de linha.
19. Repita o Problema 18 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 12Ω em série com reatâncias indutivas de 12Ω .
20. Repita o Problema 18 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 15Ω em paralelo com reatâncias capacitivas de 20Ω .
- *21. Para o sistema visto na Figura 23.45, determine o módulo das tensões e das correntes desconhecidas.
22. Repita o Problema 21 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 10Ω em série com reatâncias indutivas de 20Ω .
23. Repita o Problema 21 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 20Ω em paralelo com reatâncias capacitivas de 15Ω .
24. Uma carga equilibrada em Δ com uma resistência de 220Ω por ramo é conectada a um gerador trifásico em Δ com uma tensão de linha de 440 V. Calcule o módulo:
 - a) da tensão de fase do gerador.
 - b) da tensão de fase da carga.
 - c) da corrente de fase da carga.
 - d) da corrente de linha.
25. Repita o Problema 24 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 12Ω em série com reatâncias capacitivas de 9Ω .
26. Repita o Problema 24 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 12Ω em paralelo com reatâncias indutivas de 22Ω .
27. A sequência de fase do sistema Δ - Δ visto na Figura 23.46 é ABC.
 - a) Determine os ângulos θ_2 e θ_3 para a sequência de fase especificada.
 - b) Determine as tensões de fase da carga em forma fasorial.
 - c) Desenhe o diagrama fasorial das tensões obtidas no item (b) e demonstre que a soma das três tensões é zero ao longo da malha fechada da carga em Δ .
 - d) Determine as correntes de fase da carga em forma fasorial.
 - e) Determine o módulo das correntes de linha.

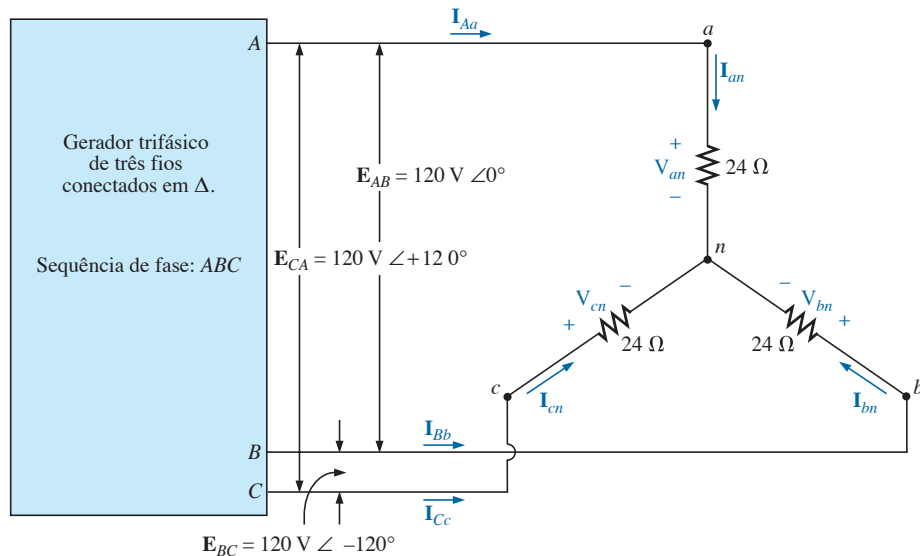


Figura 23.45 Problemas 21, 22, 23 e 37.

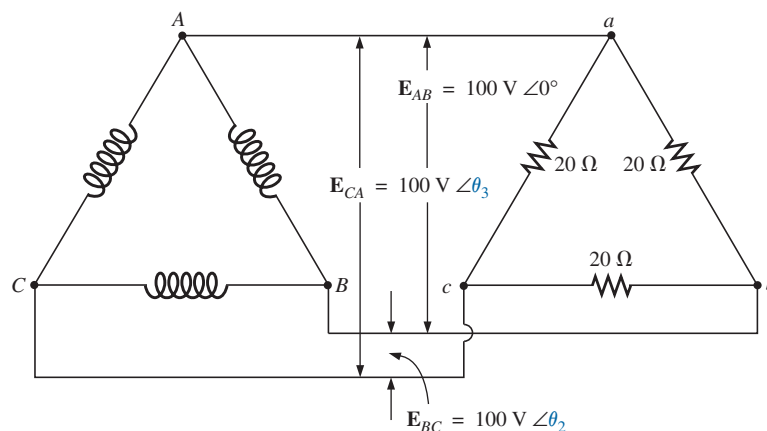


Figura 23.46 Problema 27.

- 28. Repita o Problema 25 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 12Ω em série com reatâncias indutivas de 16Ω .
- 29. Repita o Problema 25 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 20Ω em paralelo com reatâncias capacitivas de 20Ω .

Seção 23.10 Potência

- 30. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 2.
- 31. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 4.
- 32. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 7.
- 33. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 12.
- 34. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 14.
- 35. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 16.
- 36. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 20.
- 37. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 22.
- 38. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 26.
- 39. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 28.
- 40. Uma carga trifásica equilibrada conectada em Y tem uma tensão de linha de 200 V e consome uma potência total de 4.800 W com um fator de potência de $0,8$ atrasado. Determine a impedância por fase em coordenadas retangulares.

- 41. Uma carga trifásica equilibrada conectada em Y tem uma tensão de linha de 208 V e consome uma potência total de 1.200 W com um fator de potência de $0,6$ adiantado. Determine a impedância de cada fase em coordenadas retangulares.
- *42. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no sistema visto na Figura 23.47.
- *43. O sistema Y-Y visto na Figura 23.48 possui uma carga equilibrada e uma impedância de linha $Z_{\text{linha}} = 4 \Omega + j 20 \Omega$. Se a tensão de linha do gerador for 16.000 V e a potência total fornecida à carga for 1.200 kW com uma corrente de 80 A , determine:
 - a) o módulo das tensões de fase do gerador.
 - b) o módulo das correntes de linha.
 - c) a potência total fornecida pela fonte.
 - d) o ângulo do fator de potência da carga total ‘vista’ pela fonte.
 - e) o módulo e o ângulo de fase da corrente I_{Aa} se $E_{AN} = E_{AN} \angle 0^\circ$.
 - f) o módulo e o ângulo de fase da tensão V_{an} .
 - g) a impedância da carga por fase em coordenadas retangulares.
 - h) a diferença entre o fator de potência da carga e o fator de potência de todo o sistema (incluindo Z_{linha}).
 - i) a eficiência do sistema.

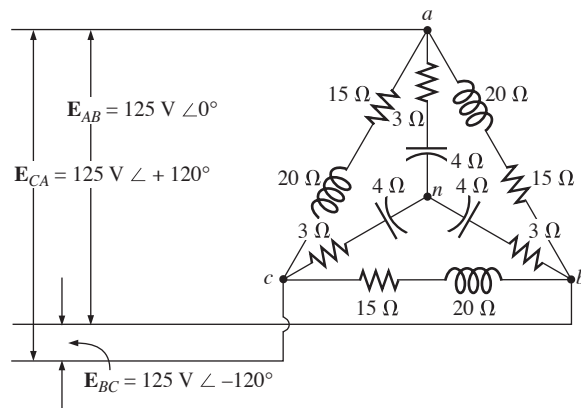


Figura 23.47 Problema 42.

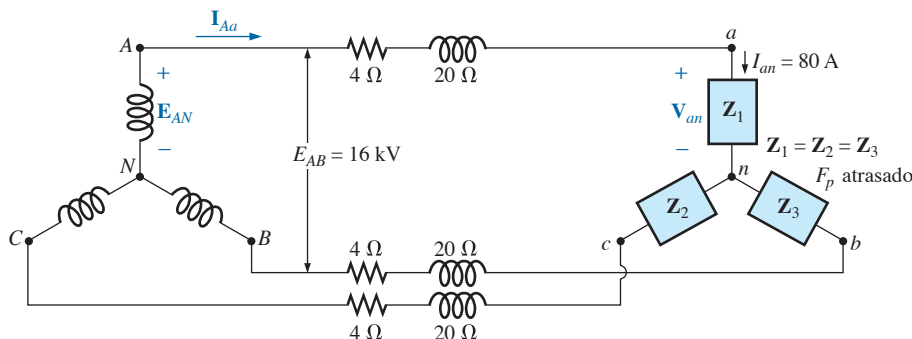


Figura 23.48 Problema 43.

SEÇÃO 23.11 O método dos três wattímetros

- 44. a) Indique as ligações necessárias para medir a potência média fornecida à carga vista na Figura 23.39 usando três wattímetros.
- b) Determine a potência média dissipada pela carga e as leituras dos três wattímetros.
- 45. Repita o problema 44 para o circuito visto na Figura 23.42

Seção 23.12 O método dos dois wattímetros

- 46. a) Considerando o sistema de três fios mostrado na Figura 23.49, indique as conexões corretas de um segundo wattímetro para que seja possível mediar a potência média total fornecida à carga.
- b) Se a leitura de um dos wattímetros for 200Ω e a leitura do outro for 85Ω , qual será a potência total dissipada se o fator de potência da carga for $0,8$ adiantado?
- c) Repita o item (b) se o fator de potência total for $0,2$ atrasado e $P_1 = 100 \text{ W}$.
- 47. Indique três formas diferentes de conectar dois wattímetros para medir a potência total fornecida à carga mencionada no Problema 16.
- *48. Dado o sistema Y- Δ da Figura 23.50:
 - a) Determine o módulo e o ângulo das correntes de fase.
 - b) Calcule o módulo e o ângulo das correntes de linha.
 - c) Determine a leitura de cada um dos wattímetros.
 - d) Calcule a potência total fornecida à carga.

Seção 23.13 Carga trifásica de quatro fios, não equilibrada e conectada em Y

- *49. Dado o sistema visto na Figura 23.51:
 - a) Calcule o módulo das tensões de cada fase da carga.
 - b) Calcule o módulo das correntes de cada fase da carga.
 - c) Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência do sistema.
 - d) Determine as correntes de fase em forma fasorial.
 - e) Usando os resultados do item (c), determine a corrente de neutro I_N .

Seção 23.14 Carga trifásica de três fios, não equilibrada e conectada em Y

- *50. Para o sistema trifásico de três fios mostrado na Figura 23.52, determine o módulo da corrente em cada fase, a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência da carga.

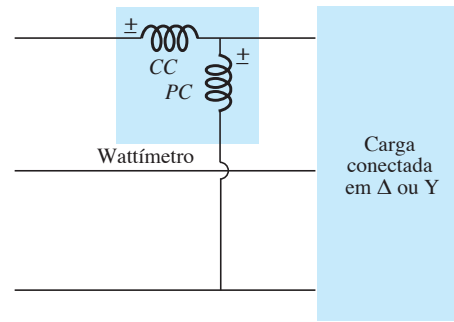


Figura 23.49 Problema 46.

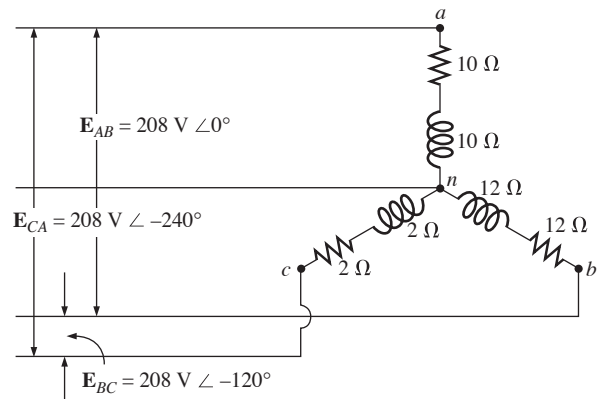


Figura 23.51 Problema 49.

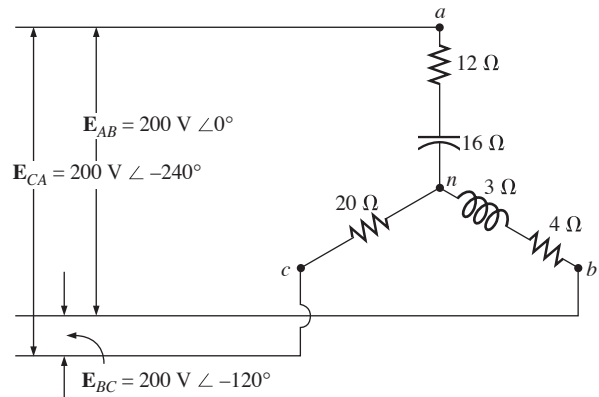


Figura 23.52 Problema 50.

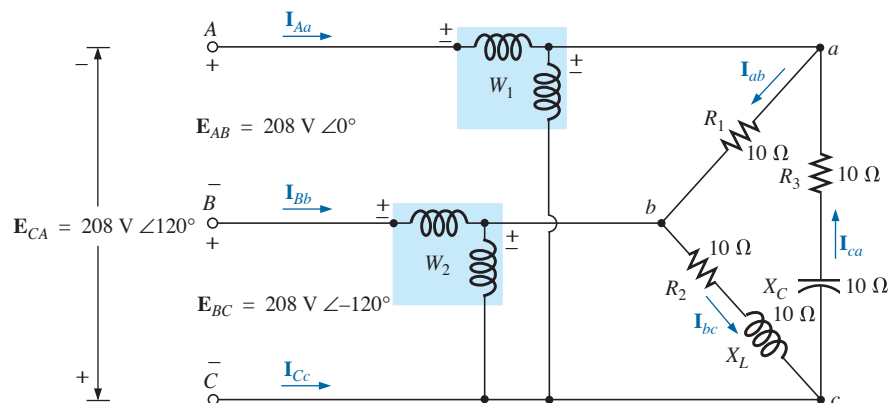


Figura 23.50 Problema 48.

GLOSSÁRIO

Carga polifásica não equilibrada: Carga cuja impedância não é a mesma para todas as fases.

Conexão de neutro: Conexão entre o gerador e a carga na qual, sob condições de equilíbrio, haverá uma corrente nula associada.

Corrente de fase: Corrente em um dos ramos de fase de um gerador monofásico (ou polifásico) ou carga.

Corrente de linha: Corrente que vai do gerador para a carga em um sistema monofásico ou polifásico.

Gerador CA conectado em Δ : Gerador trifásico no qual as conexões entre as três fases lembram a forma da letra grega *delta* (Δ).

Gerador CA monofásico: Fonte eletromecânica de energia de corrente alternada que gera uma única tensão senoidal com uma frequência determinada pela velocidade de rotação e pelo número de pólos do rotor.

Gerador CA polifásico: Fonte eletromecânica de energia de corrente alternada que gera mais de uma tensão senoidal por

rotação do rotor com uma frequência determinada pela velocidade de rotação e pelo número de polos do rotor.

Gerador trifásico conectado em Y: Gerador trifásico no qual as conexões entre as três fases lembram a forma da letra Y.

Método dos dois wattímetros: Método para determinar a potência total fornecida a uma carga trifásica conectada em Y ou Δ usando apenas dois wattímetros e considerando o fator de potência da carga.

Método dos três wattímetros: Método para determinar a potência total fornecida a uma carga trifásica usando três wattímetros.

Sequência de fase: Ordem na qual as tensões senoidais produzidas por um gerador polifásico afetam a carga à qual são aplicadas.

Tensão de fase: Tensão entre uma linha e um neutro de um gerador conectado em Y ou a tensão entre duas linhas de um gerador conectado em Δ .

Tensão de linha: Diferença de potencial que existe entre as linhas de um sistema monofásico ou polifásico.