

Passo de uma bobina e enrolamentos distribuídos

Como foi mencionado no Capítulo 3, a tensão induzida em uma máquina CA será senoidal somente se as componentes harmônicas da densidade de fluxo do entreferro forem eliminadas. Este apêndice descreve duas técnicas usadas pelos projetistas para remover as harmônicas das máquinas.

B.1 O EFEITO DO PASSO DE UMA BOBINA NAS MÁQUINAS CA

Na máquina CA simples da Seção 3.4, as tensões de saída das bobinas do estator eram senoidais porque a distribuição da densidade de fluxo no entreferro era senoidal. Se a distribuição da densidade de fluxo do entreferro não fosse senoidal, as tensões de saída do estator também não seriam senoidais; elas teriam a mesma forma não senoidal da distribuição de fluxo.

Em geral, a distribuição da densidade de fluxo no entreferro de uma máquina CA não é senoidal. Os projetistas de máquinas fazem o melhor possível para obter distribuições de fluxo senoidais, mas, naturalmente, nenhum projeto é perfeito. A distribuição de fluxo real consistirá em uma componente fundamental senoidal mais as harmônicas. Essas componentes harmônicas do fluxo geraram componentes harmônicas nas tensões e correntes do estator.

As componentes harmônicas das tensões e correntes do estator são indesejáveis, de modo que foram desenvolvidas técnicas para removê-las das tensões e correntes de saída de uma máquina. Uma técnica importante para eliminar as harmônicas é pelo uso de *enrolamentos de passo encurtado* ou *fracionário*.

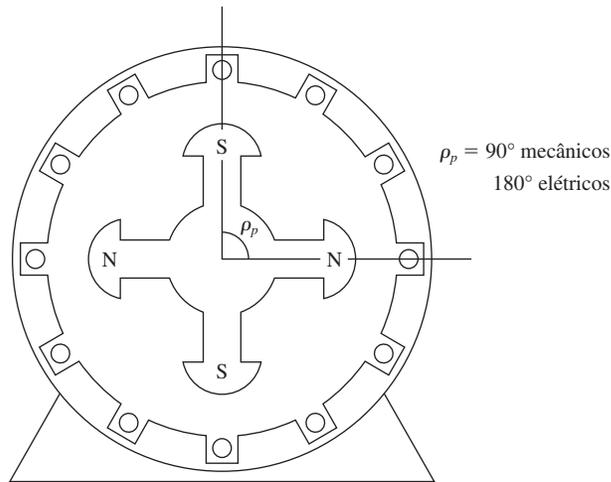


FIGURA B-1

O passo polar de uma máquina de quatro polos é 90 graus mecânicos ou 180 graus elétricos.

O passo de uma bobina

O *passo polar* é a distância angular entre dois polos adjacentes de uma máquina. O passo polar de uma máquina em *graus mecânicos* é

$$\rho_p = \frac{360^\circ}{P} \quad (\text{B-1})$$

em que ρ_p é o passo polar em *graus mecânicos* e P é o número de polos da máquina. Independentemente do número de polos da máquina, um passo polar sempre é de 180 *graus elétricos* (veja a Figura B-1).

Se a bobina do estator ocupar o mesmo ângulo que o passo polar, ela será denominada *bobina de passo pleno*. Se a bobina do estator ocupar um ângulo menor do que o passo polar, ela será denominada *bobina de passo encurtado* ou *fracionário*. Frequentemente, o passo de uma bobina de passo encurtado é expresso como uma fração que indica a parte do passo polar que é ocupada por ela. Por exemplo, um passo polar de $5/6$ abarca cinco sextos da distância entre dois polos adjacentes. Alternativamente, o passo de uma bobina de passo encurtado em graus elétricos é dado pelas Equações (B-2):

$$\rho = \frac{\theta_m}{\rho_p} \times 180^\circ \quad (\text{B-2a})$$

em que θ_m é o ângulo mecânico coberto pela bobina em graus e ρ_p é o passo polar da máquina em graus mecânicos, ou

$$\rho = \frac{\theta_m P}{2} \times 180^\circ \quad (\text{B-2b})$$

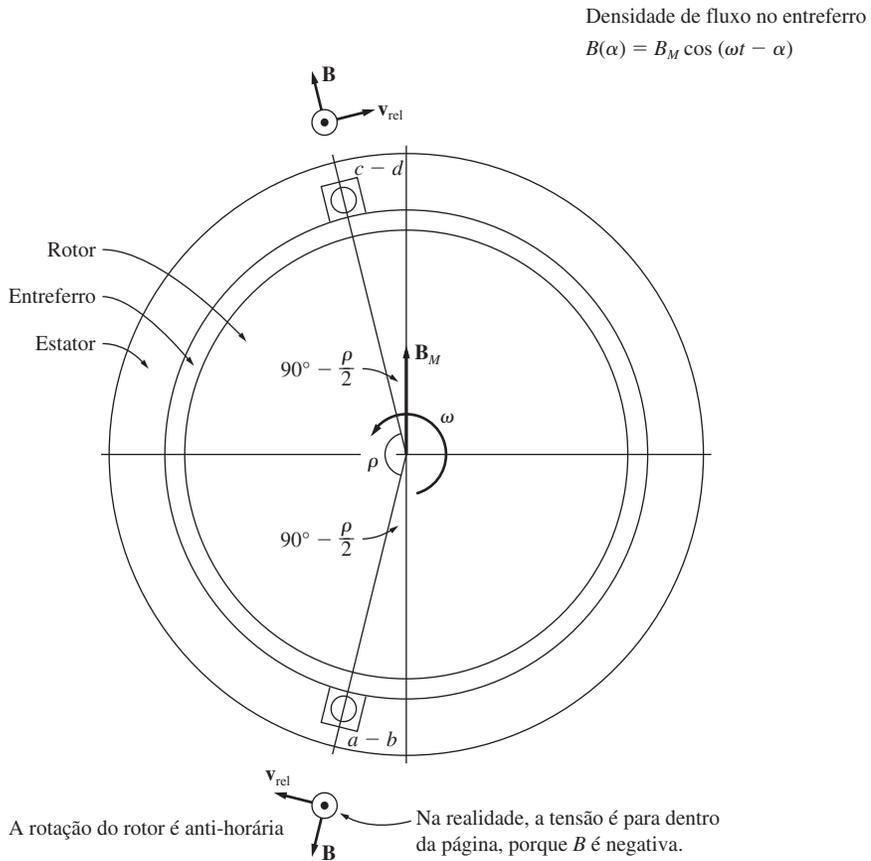


FIGURA B-2

Um enrolamento encurtado de passo ρ . Os vetores de densidade de fluxo magnético e de velocidade nos lados da bobina. As velocidades são de um referencial no qual o campo magnético está estacionário.

em que θ_m é o ângulo mecânico coberto pela bobina em graus e P é o número de polos da máquina. Na prática, a maioria das bobinas de estator tem um passo encurtado, porque um enrolamento de passo encurtado proporciona alguns benefícios importantes que serão explicados mais adiante. Os enrolamentos que utilizam bobinas de passo encurtado são denominados *enrolamentos encurtados*.

A tensão induzida de um enrolamento de passo encurtado

Que efeito o passo encurtado tem sobre a tensão de saída de uma bobina? Para descobrir, examine a máquina simples de dois polos mostrada na Figura B-2, que tem um enrolamento de passo encurtado. O passo polar dessa máquina é 180° e o passo de bobina é ρ . Quando o campo magnético é girado, a tensão induzida nessa bobina pode ser obtida determinando as tensões em cada lado da bobina, exatamente da mesma forma que na seção anterior. A tensão total será simplesmente a soma das tensões individuais dos lados.

Como antes, assumiremos que a magnitude do vetor \mathbf{B} de densidade de fluxo no entreferro, entre o rotor e o estator, varia senoidalmente com o ângulo mecânico, ao passo que o sentido de \mathbf{B} é sempre radialmente para fora. Se α for o ângulo medido desde a direção em que ocorre o pico de densidade de fluxo do rotor, a magnitude do vetor \mathbf{B} de densidade de fluxo em um ponto ao redor do rotor será dada por

$$B = B_M \cos \alpha \quad (\text{B-3a})$$

Como o rotor está girando dentro do estator, com uma velocidade angular ω_m , a magnitude do vetor \mathbf{B} de densidade de fluxo, em qualquer ângulo α ao redor do *estator*, é dada por

$$B = B_M \cos (\omega t - \alpha) \quad (\text{B-3b})$$

A equação da tensão induzida em um fio condutor é

$$e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \quad (1-45)$$

em que \mathbf{v} = velocidade do condutor em relação ao campo magnético

\mathbf{B} = vetor de densidade de fluxo magnético

\mathbf{l} = comprimento do condutor dentro do campo magnético

Essa equação somente pode ser usada em um sistema de referência no qual o campo magnético parece estar estacionário. Se nos “sentarmos no campo magnético”, de modo que o campo pareça estar estacionário, os lados da bobina parecerão estar passando por nós com uma velocidade aparente \mathbf{v}_{rel} e a equação poderá ser aplicada. A Figura B-2 mostra o vetor de campo magnético e as velocidades do ponto de vista de um campo magnético estacionário e um condutor em movimento.

1. *Segmento ab*. Para o segmento *ab* da bobina de passo encurtado, temos $\alpha = 90^\circ + \rho/2$. Assumindo que \mathbf{B} aponta radialmente para fora a partir do rotor, o ângulo entre \mathbf{v} e \mathbf{B} no segmento *ab* é 90° , ao passo que o produto $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ aponta na direção de \mathbf{l} . Portanto,

$$\begin{aligned} e_{ba} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= vBl \quad \text{apontando para fora da página} \\ &= -vB_M \cos \left[\omega_m t - \left(90^\circ + \frac{\rho}{2} \right) \right] l \\ &= -vB_M l \cos \left(\omega_m t - 90^\circ - \frac{\rho}{2} \right) \end{aligned} \quad (\text{B-4})$$

em que o sinal negativo vem do fato de que, na realidade, \mathbf{B} está apontando para dentro e não como supos-se, que ele estava apontando para fora.

2. *Segmento bc*. A tensão no segmento *bc* é zero, porque o produto $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ é perpendicular a \mathbf{l} . Portanto,

$$e_{cb} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = 0 \quad (\text{B-5})$$

3. *Segmento cd.* Para o segmento cd , temos que o ângulo $\alpha = 90^\circ - \rho/2$. Assumindo que \mathbf{B} aponta radialmente para fora a partir do rotor, o ângulo entre \mathbf{v} e \mathbf{B} no segmento cd é 90° , ao passo que o produto $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ aponta na direção de \mathbf{l} . Portanto,

$$\begin{aligned} e_{dc} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= vBl \quad \text{apontando para fora da página} \\ e_{ba} &= -vB_M \cos \left[\omega_m t - \left(90^\circ - \frac{\rho}{2} \right) \right] l \\ &= -vB_M l \cos \left(\omega_m t - 90^\circ + \frac{\rho}{2} \right) \end{aligned} \quad (\text{B-6})$$

4. *Segmento da.* A tensão no segmento da é zero, porque o produto $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ é perpendicular a \mathbf{l} . Assim,

$$e_{ad} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = 0 \quad (\text{B-7})$$

Portanto, a tensão total na bobina será

$$\begin{aligned} e_{\text{ind}} &= e_{ba} + e_{dc} \\ &= -vB_M l \cos \left(\omega_m t - 90^\circ - \frac{\rho}{2} \right) + vB_M l \cos \left(\omega_m t - 90^\circ + \frac{\rho}{2} \right) \end{aligned}$$

Usando identidades trigonométricas, temos

$$\begin{aligned} \cos \left(\omega_m t - 90^\circ - \frac{\rho}{2} \right) &= \cos (\omega_m t - 90^\circ) \cos \frac{\rho}{2} + \text{sen} (\omega_m t - 90^\circ) \text{sen} \frac{\rho}{2} \\ \cos \left(\omega_m t - 90^\circ + \frac{\rho}{2} \right) &= \cos (\omega_m t - 90^\circ) \cos \frac{\rho}{2} - \text{sen} (\omega_m t - 90^\circ) \text{sen} \frac{\rho}{2} \\ \text{sen} (\omega_m t - 90^\circ) &= -\cos \omega_m t \end{aligned}$$

Portanto, a tensão total resultante é

$$\begin{aligned} e_{\text{ind}} &= vB_M l \left[-\cos (\omega_m t - 90^\circ) \cos \frac{\rho}{2} - \text{sen} (\omega_m t - 90^\circ) \text{sen} \frac{\rho}{2} \right. \\ &\quad \left. + \cos (\omega_m t - 90^\circ) \cos \frac{\rho}{2} - \text{sen} (\omega_m t - 90^\circ) \text{sen} \frac{\rho}{2} \right] \\ &= -2vB_M l \text{sen} \frac{\rho}{2} \text{sen} (\omega_m t - 90^\circ) \\ &= 2vB_M l \text{sen} \frac{\rho}{2} \cos \omega_m t \end{aligned}$$

Como $2vB_M l$ é igual a $\phi\omega$, a expressão final da tensão em uma espira simples é

$$\boxed{e_{\text{ind}} = \phi\omega \text{sen} \frac{\rho}{2} \cos \omega_m t} \quad (\text{B-8})$$

Esse é o mesmo valor de tensão de um enrolamento de passo pleno, exceto pelo termo $\sin \rho/2$. Costuma-se definir esse termo como o *fator de passo* k_p da bobina. O fator de passo de uma bobina é dado por

$$k_p = \sin \frac{\rho}{2} \quad (\text{B-9})$$

Em termos do fator de passo, a tensão induzida em uma bobina de uma única espira é

$$e_{\text{ind}} = k_p \phi \omega_m \cos \omega_m t \quad (\text{B-10})$$

A tensão total de uma bobina de passo encurtado de N espiras é, portanto,

$$e_{\text{ind}} = N_C k_p \phi \omega_m \cos \omega_m t \quad (\text{B-11})$$

e sua tensão de pico é

$$E_{\text{max}} = N_C k_p \phi \omega_m \quad (\text{B-12})$$

$$= 2\pi N_C k_p \phi f \quad (\text{B-13})$$

Portanto, a tensão eficaz de qualquer fase desse estator trifásico é

$$E_A = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_C k_p \phi f \quad (\text{B-14})$$

$$= \sqrt{2} \pi N_C k_p \phi f \quad (\text{B-15})$$

Observe que, para uma bobina de passo pleno, temos $\rho = 180^\circ$ e a Equação (B-15) reduz-se ao mesmo resultado de antes.

Para máquinas com mais de dois polos, a Equação (B-9) dará o fator de passo quando o passo da bobina p for em graus elétricos. Se o passo da bobina for dado em graus mecânicos, então o fator de passo poderá ser obtido com

$$k_p = \sin \frac{\theta_m P}{2} \quad (\text{B-16})$$

Problemas de harmônicos e enrolamentos de passo encurtado

Há uma boa razão para usar enrolamentos de passo encurtado e ela diz respeito ao efeito apresentado pela distribuição não senoidal da densidade de fluxo nas máquinas reais. Pode-se compreender esse problema examinando a máquina mostrada na Figura B-3. Essa figura mostra uma máquina síncrona de polos salientes cujo rotor está varrendo a superfície do rotor. Como a relutância do caminho do campo magnético é *muito menor* imediatamente abaixo da região central do rotor do que nas regiões laterais (entreferro menor no centro), o fluxo está fortemente concentrado nesse ponto e a densidade de fluxo é muito elevada. A tensão induzida resultante no enrolamento está mostrada na Figura B-3. *Observe que ela não é senoidal – estão presentes muitas componentes harmônicas de frequência.*

Como a forma de onda resultante é simétrica em torno do centro do fluxo do rotor, não há *harmônicas pares* presentes na tensão de fase. Entretanto, todas as harmônicas de índices ímpares (terceira, quinta, sétima, nona, etc.) *estão* presentes na

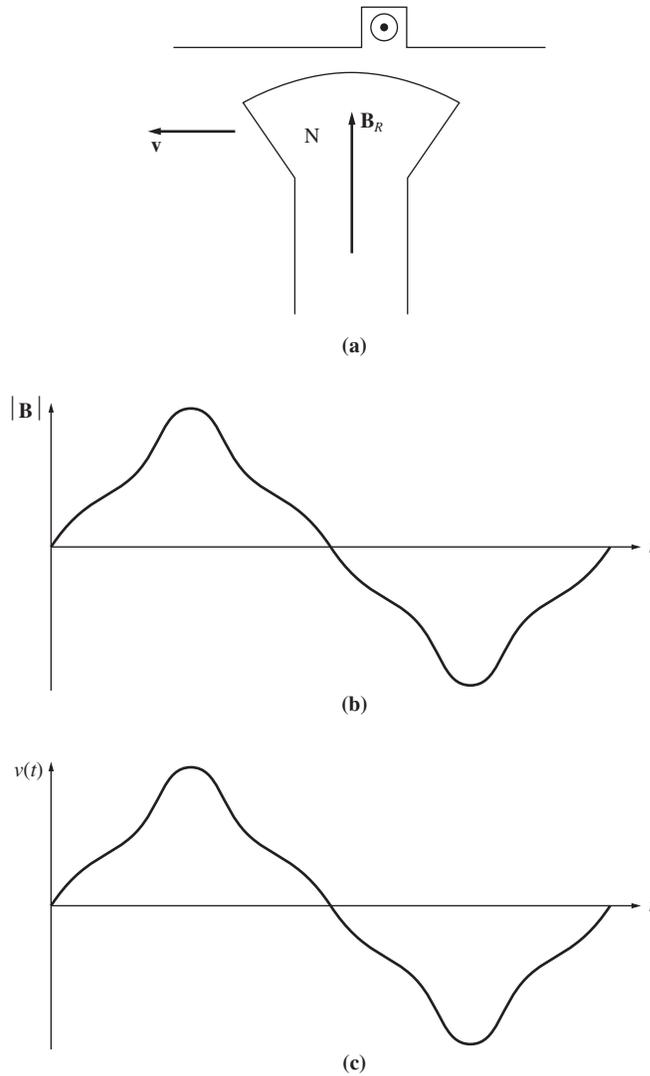


FIGURA B-3

(a) Um rotor ferromagnético passando por um condutor do estator. (b) A distribuição da densidade de fluxo do campo magnético em função do tempo em um ponto da superfície do estator. (c) A tensão induzida resultante no condutor. Observe que a tensão é diretamente proporcional à densidade de fluxo magnético em qualquer instante.

tensão de fase em certo grau e precisam ser levadas em consideração no projeto das máquinas CA. Em geral, quanto maior o índice de uma dada componente harmônica de frequência, menor será a amplitude de sua tensão de fase na saída. Desse modo, além de um certo ponto (acima da nona harmônica ou tanto), os efeitos das harmônicas superiores podem ser ignorados.

Quando as três fases são ligadas em Y ou Δ , algumas das harmônicas desaparecem da saída da máquina como resultado da ligação trifásica. A componente de

terceira harmônica é uma dessas. Se as tensões da componente fundamental nas três fases forem dadas por

$$e_a(t) = E_{M1} \text{ sen } \omega t \quad \text{V} \quad (\text{B-17a})$$

$$e_b(t) = E_{M1} \text{ sen } (\omega t - 120^\circ) \quad \text{V} \quad (\text{B-17b})$$

$$e_c(t) = E_{M1} \text{ sen } (\omega t - 240^\circ) \quad \text{V} \quad (\text{B-17c})$$

então as componentes de terceira harmônica das tensões serão dadas por

$$e_{a3}(t) = E_{M3} \text{ sen } 3\omega t \quad \text{V} \quad (\text{B-18a})$$

$$e_{b3}(t) = E_{M3} \text{ sen } (3\omega t - 360^\circ) \quad \text{V} \quad (\text{B-18b})$$

$$e_{c3}(t) = E_{M3} \text{ sen } (3\omega t - 720^\circ) \quad \text{V} \quad (\text{B-18c})$$

Observe que *as componentes de terceira harmônica da tensão são todas idênticas* em cada fase. Se a máquina síncrona for ligada em Y, a tensão de terceira harmônica *entre dois terminais quaisquer* será zero (mesmo que possa haver uma componente de terceira harmônica de valor elevado em cada fase). Se a máquina for ligada em Δ , então as três componentes de terceira harmônica somam-se e produzem uma corrente de terceira harmônica nos enrolamentos em Δ da máquina. Como as tensões de terceira harmônica sofrem quedas nas impedâncias internas da máquina, novamente não há componente significativa de terceira harmônica na tensão dos terminais.

Esse resultado aplica-se não só às componentes de terceira harmônica, mas também a qualquer componente *múltipla* de uma componente de terceira harmônica (como a nona harmônica, por exemplo). Em particular, essas frequências harmônicas são denominadas *harmônicas de n múltiplo de três* e nas máquinas trifásicas são automaticamente suprimidas.

As demais frequências harmônicas são a quinta, a sétima, a décima primeira, a décima terceira, etc. Como as amplitudes das componentes harmônicas das tensões decrescem com o aumento da frequência, a maior parte da distorção real que ocorre na saída senoidal de uma máquina síncrona é causada pela quinta e pela sétima frequência harmônica, algumas vezes denominadas *harmônicas de grupo*. Se houvesse um modo de reduzir essas componentes, a tensão de saída da máquina seria basicamente uma senoide pura na frequência fundamental (50 ou 60 Hz).

Como é possível eliminar uma parte do conteúdo harmônico da tensão de terminal do enrolamento?

Uma maneira é fazer com que a distribuição do fluxo no próprio rotor seja aproximadamente senoidal. Embora isso possa auxiliar na redução do conteúdo harmônico da tensão de saída, é possível que não se possa ir suficientemente longe dessa forma. Um etapa adicional utilizada consiste em projetar a máquina com enrolamentos de passo encurtado.

A chave para compreender o efeito dos enrolamentos de passo encurtado sobre a tensão produzida no estator de uma máquina está em que o ângulo elétrico da n -ésima harmônica é n vezes o ângulo elétrico da componente fundamental de frequência. Em outras palavras, se uma bobina abarcar 150 graus elétricos na sua frequência fundamental, então ela abarcará 300 graus elétricos na frequência da segunda harmônica, 450 graus elétricos na frequência da terceira harmônica e assim por diante. Se ρ representar o ângulo elétrico abrangido pela bobina na sua frequência *fundamental* e ν for o índice (ou número) da harmônica que está sendo analisada, então a bobina

abrangerá $\nu\rho$ graus elétricos na frequência daquela harmônica. Portanto, o fator de passo da bobina para a frequência da harmônica pode ser expresso como

$$k_p = \text{sen} \frac{\nu\rho}{2} \quad (\text{B-19})$$

A consideração importante a ser feita aqui é que o *fator de passo de um enrolamento é diferente para cada frequência harmônica*. Por meio de uma escolha adequada do passo da bobina, é possível eliminar quase completamente as componentes de frequências harmônicas da saída da máquina. Agora, poderemos ver como as harmônicas são suprimidas analisando um exemplo simples.

EXEMPLO B-1 Um estator trifásico de dois polos tem bobinas com um passo de $5/6$. Quais são os fatores de passo para as harmônicas presentes nas bobinas da máquina? Esses passos auxiliam na eliminação do conteúdo harmônico da tensão gerada?

Solução

O passo polar em graus mecânicos dessa máquina é

$$\rho_p = \frac{360^\circ}{P} = 180^\circ \quad (\text{B-1})$$

Portanto, o ângulo de passo mecânico dessas bobinas é cinco sextos de 180° , ou 150° . Da Equação (B-2a), temos que o passo resultante em graus elétricos é

$$\rho = \frac{\theta_m}{\rho_p} \times 180^\circ = \frac{150^\circ}{180^\circ} \times 180^\circ = 150^\circ \quad (\text{B-2a})$$

O ângulo de passo mecânico é igual ao ângulo de passo elétrico apenas porque essa máquina é de dois polos. Para qualquer outro número de polos, os ângulos não seriam os mesmos.

Portanto, os fatores de passo para a fundamental e as frequências harmônicas ímpares de ordem mais elevada (lembre-se de que as harmônicas pares não estão presentes) são

- Fundamental: $k_p = \text{sen} \frac{150^\circ}{2} = 0,966$
- Terceira harmônica: $k_p = \text{sen} \frac{3(150^\circ)}{2} = -0,707$ (Essa é uma harmônica de n múltiplo de três que não está presente na saída trifásica.)
- Quinta harmônica: $k_p = \text{sen} \frac{5(150^\circ)}{2} = 0,259$
- Sétima harmônica: $k_p = \text{sen} \frac{7(150^\circ)}{2} = 0,259$
- Nona harmônica: $k_p = \text{sen} \frac{9(150^\circ)}{2} = -0,707$ (Essa é uma harmônica de n múltiplo de três que não está presente na saída trifásica.)

A terceira e a nona componente harmônica não são muito suprimidas com esse passo de bobina, mas isso não é importante, porque, de qualquer forma, elas não aparecem nos terminais da máquina. Entre os efeitos das harmônicas de n múltiplo de três e os efeitos do passo da bobina, temos que as *terceira, quinta, sétima e nona harmônicas ficam relativamente suprimidas quando comparadas com a frequência fundamental*. Portanto, o uso de enrolamentos de passo encurtado reduz drasticamente o conteúdo harmônico da tensão de saída da máquina causando apenas um pequeno decréscimo de tensão na frequência fundamental.

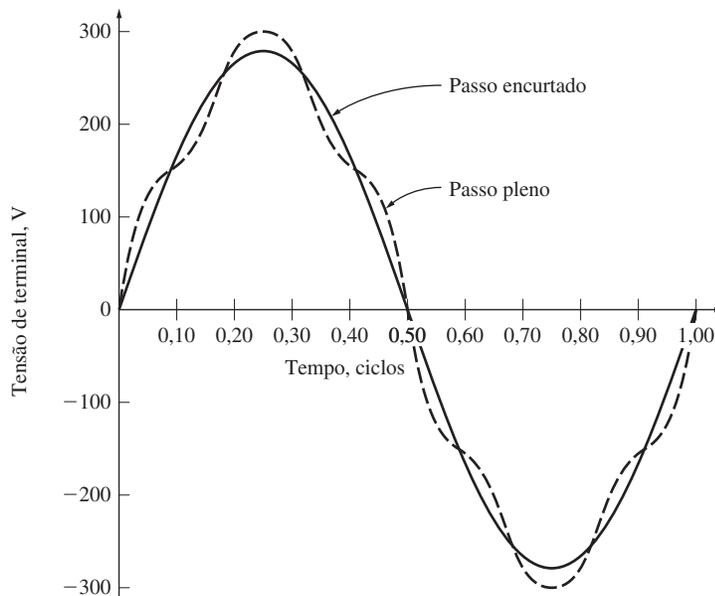


FIGURA B-4

A tensão de saída de um gerador trifásico com enrolamentos de passo pleno e de passo encurtado. Embora a tensão de pico do enrolamento de passo encurtado seja ligeiramente menor do que a tensão do enrolamento de passo pleno, a forma de sua tensão de saída assemelha-se muito mais à de uma senoide.

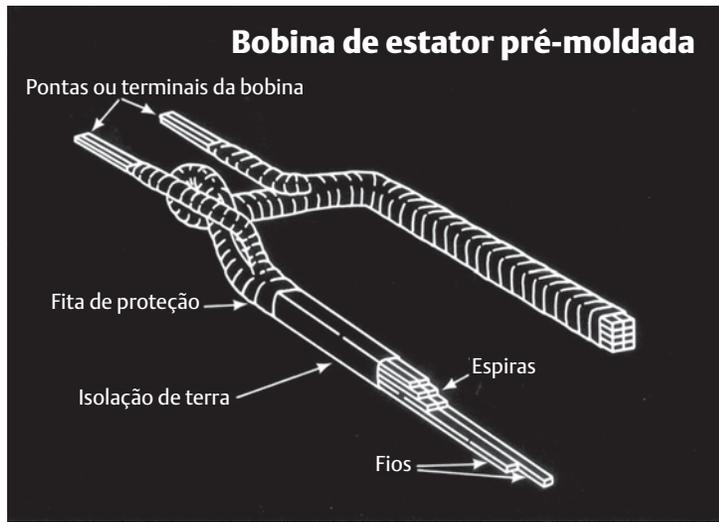
A tensão de terminal de uma máquina síncrona está mostrada na Figura B-4, tanto para os enrolamentos de passo pleno quanto para enrolamentos com um passo de $\rho = 150^\circ$. Observe que os enrolamentos de passo encurtado produzem visivelmente uma grande melhoria na qualidade da forma de onda.

Deve-se observar que há certos tipos de harmônicas de frequência mais elevada, denominadas *harmônicas de ranhura*, que não podem ser eliminadas variando o passo das bobinas do estator. Essas harmônicas de ranhura serão discutidas juntamente com os enrolamentos distribuídos na Seção B.2.

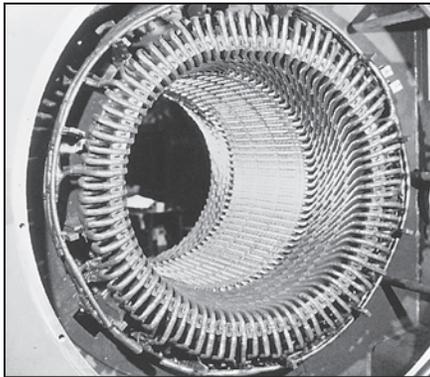
B.2 ENROLAMENTOS DISTRIBUÍDOS EM MÁQUINAS CA

Na seção anterior, assumimos implicitamente que os enrolamentos associados com cada fase de uma máquina CA estavam concentrados em um único par de ranhuras na superfície do estator. Na realidade, os enrolamentos associados com cada fase são quase sempre distribuídos entre diversos pares adjacentes de ranhuras, porque é simplesmente impossível colocar todos os condutores em uma única ranhura.

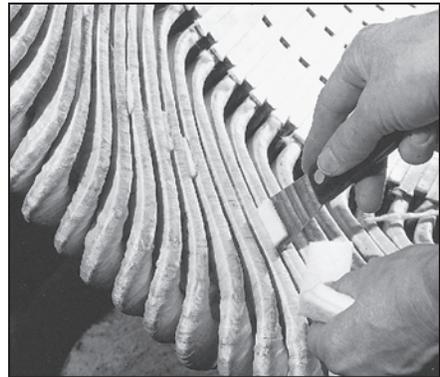
Nas máquinas CA reais, a fabricação dos enrolamentos do estator é bem complicada. Os estatores das máquinas CA normais consistem em diversas bobinas em cada fase, distribuídas em ranhuras ao redor da superfície interna do estator. Em máquinas maiores, cada bobina é uma peça pré-moldada consistindo em diversas espiras, sendo cada espira isolada das outras e do próprio estator (veja a Figura B-5).

**FIGURA B-5**

Uma típica bobina pré-moldada de estator. (Cortesia de General Electric Company.)



(a)



(b)

FIGURA B-6

(a) Um estator de uma máquina CA com bobinas de estator pré-moldadas. (Cortesia de Westinghouse Electric Company.) (b) Uma vista em detalhe das terminações das bobinas em um estator. Observe que um lado da bobina está mais para fora em uma ranhura e o outro lado está mais para dentro na outra ranhura. Essa forma permite que um tipo padrão simples de bobina seja usado em todas as ranhuras do estator. (Cortesia de General Electric Company.)

A tensão em qualquer espira simples é muito pequena e tensões razoáveis podem ser produzidas somente colocando muitas dessas espiras em série. Normalmente, o grande número de espiras é dividido fisicamente entre diversas bobinas, que são colocadas em ranhuras igualmente distanciadas ao longo da superfície do estator, como está mostrado na Figura B-6.

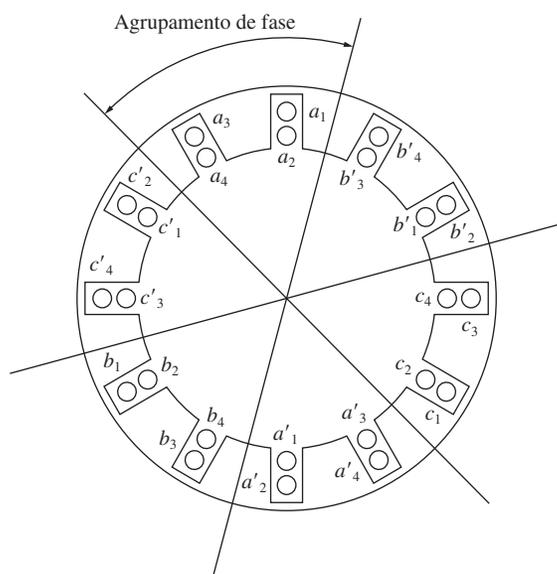


FIGURA B-7
Um enrolamento distribuído simples de passo pleno de camada dupla para uma máquina CA de dois polos.

O espaçamento em graus entre ranhuras adjacentes em um estator é denominado *passo de ranhura* γ do estator. O passo de ranhura pode ser expresso em graus mecânicos ou elétricos.

Exceto em máquinas muito pequenas, as bobinas do estator são montadas normalmente em *enrolamentos de camada dupla*, como está mostrado na Figura B-7. Usualmente, os enrolamentos de camada dupla são mais facilmente fabricados (menos ranhuras para um dado número de bobinas) e têm conexões de terminais mais simples do que os enrolamentos de camada única. Portanto, sua fabricação é bem menos cara.

A Figura B-7 mostra o enrolamento distribuído de passo pleno de uma máquina de dois polos. Nesse enrolamento, há quatro bobinas associadas a cada fase. Todos os lados de bobina de uma dada fase são encaixados em ranhuras adjacentes e são conhecidos como *agrupamentos de fase*. Observe que há seis agrupamentos de fase nesse estator de dois polos. Em geral, há $3P$ agrupamentos de fase em um estator de P polos, P em cada fase.

A Figura B-8 mostra um enrolamento distribuído que usa bobinas de passo encurtado ou fracionário. Observe que esse enrolamento ainda tem agrupamentos de fase, mas que dentro de uma ranhura individual as fases das bobinas podem estar misturadas. O passo das bobinas é $5/6$ ou 150 graus elétricos.

O fator de distribuição

A divisão do número total de espiras necessárias em bobinas separadas permite um uso mais eficiente da superfície interna do estator e propicia uma resistência estrutural mais elevada, porque as ranhuras abertas na estrutura do estator podem ser menores. Entretanto, o fato de que as espiras que compõem uma dada fase estão em ângulos diferentes significa que suas tensões serão menores do que poderia ser esperado se fosse de outro modo.

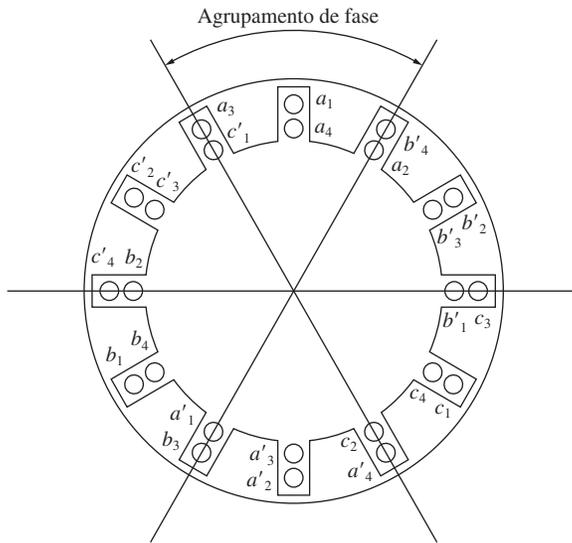


FIGURA B-8
Um enrolamento CA de camada dupla e passo encurtado para uma máquina CA de dois polos.

Para ilustrar esse problema, examine a máquina mostrada na Figura B-9. Essa máquina tem um enrolamento de camada única, com o enrolamento de estator de cada fase (cada agrupamento de fase) distribuído entre três ranhuras distanciadas 20° entre si.

Se a bobina central da fase a tiver inicialmente uma tensão dada por

$$\mathbf{E}_{a2} = E \angle 0^\circ \text{ V}$$

então as tensões nas outras duas bobinas da fase a serão

$$\mathbf{E}_{a1} = E \angle -20^\circ \text{ V}$$

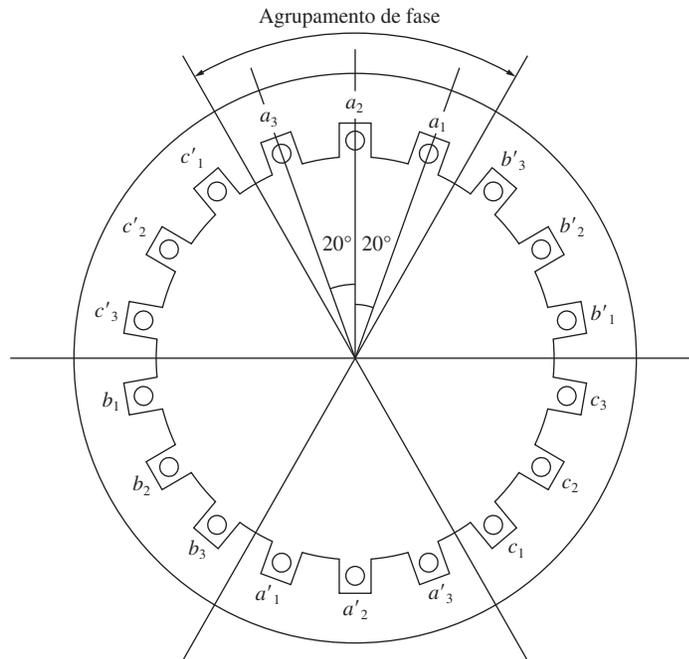
$$\mathbf{E}_{a3} = E \angle 20^\circ \text{ V}$$

A tensão total na fase a será dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_a &= \mathbf{E}_{a1} + \mathbf{E}_{a2} + \mathbf{E}_{a3} \\ &= E \angle -20^\circ + E \angle 0^\circ + E \angle 20^\circ \\ &= E \cos(-20^\circ) + jE \sin(-20^\circ) + E + E \cos 20^\circ + jE \sin 20^\circ \\ &= E + 2E \cos 20^\circ = 2,879 E \end{aligned}$$

Essa tensão na fase a não é bem o que seria esperado se todas as bobinas de uma dada fase tivessem sido concentradas na mesma ranhura. Então a tensão E_a teria sido igual a $3E$, e não $2,879E$. A razão entre a tensão real em uma fase de um enrolamento distribuído e o valor esperado no caso de um enrolamento concentrado, para o mesmo número de espiras, é denominada *fator de distribuição* do enrolamento. O fator de distribuição é definido como

$$k_d = \frac{V_\phi \text{ real}}{V_\phi \text{ esperada sem distribuição}} \tag{B-20}$$

**FIGURA B-9**

Um estator de dois polos com um enrolamento de camada única constituído de três bobinas por fase, cada uma distanciada de 20° .

O fator de distribuição da máquina da Figura B-9 é, portanto,

$$k_d = \frac{2,879E}{3E} = 0,960 \quad (\text{B-21})$$

O fator de distribuição é um modo conveniente de expressar o efeito de diminuição de tensão causado pela distribuição espacial das bobinas de um enrolamento de estator.

Para um enrolamento com n ranhuras por agrupamento de fase, distanciadas de γ graus, pode-se demonstrar (veja Referência 1) que o fator de distribuição é dado por

$$k_d = \frac{\text{sen}(n\gamma/2)}{n \text{sen}(\gamma/2)} \quad (\text{B-22})$$

Observe que, no exemplo anterior com $n = 3$ e $\gamma = 20^\circ$, o fator de distribuição torna-se

$$k_d = \frac{\text{sen}(n\gamma/2)}{n \text{sen}(\gamma/2)} = \frac{\text{sen}[(3)(20^\circ)/2]}{3 \text{sen}(20^\circ/2)} = 0,960 \quad (\text{B-22})$$

que é igual ao resultado anterior.

Tensão gerada com a inclusão dos efeitos de distribuição

A tensão eficaz em uma bobina simples de N_C espiras e fator de passo k_p foi determinada anteriormente como

$$E_A = \sqrt{2}\pi N_C k_p \phi f \quad (\text{B-15})$$

Se uma fase de estator consistir em i bobinas, cada uma com N_C espiras, então um total de $N_p = iN_C$ espiras estará presente na fase. A tensão presente na fase será simplesmente a tensão devido às N_p espiras, todas na mesma ranhura, vezes a redução de tensão causada pelo fator de distribuição, de modo que a tensão da fase será

$$E_A = \sqrt{2}\pi N_p k_p k_d \phi f \quad (\text{B-23})$$

Para facilitar o uso, algumas vezes o fator de passo e o fator de distribuição de um enrolamento são combinados em um único *fator de enrolamento* k_e , o qual é dado por

$$k_e = k_p k_d \quad (\text{B-24})$$

Aplicando essa definição à equação da tensão de uma fase, obtemos

$$E_A = \sqrt{2}\pi N_p k_e \phi f \quad (\text{B-25})$$

EXEMPLO B-2 O estator de uma máquina síncrona trifásica, de dois polos e ligada em Y, é usado para construir um gerador. As bobinas são de camada dupla, com quatro bobinas de estator por fase, distribuídas como está mostrado na Figura B-8. Cada bobina consiste em 10 espiras. Os enrolamentos têm um passo elétrico de 150° , como mostrado. O rotor (e o campo magnético) está girando a 3000 rpm e o fluxo por polo nesta máquina é 0,019 Wb.

- Qual é o passo de ranhura desse estator em graus mecânicos? Em graus elétricos?
- Quantas ranhuras são ocupadas pelas bobinas do estator?
- Qual é a tensão de fase em uma das fases do estator dessa máquina?
- Qual é a tensão de terminal da máquina?
- Qual é a redução que o enrolamento de passo encurtado dá para a componente de quinta harmônica, em relação à redução verificada na sua componente fundamental?

Solução

- O estator tem 6 agrupamentos de fase com 2 ranhuras por agrupamento, totalizando portanto 12 ranhuras. Como o estator inteiro abrange 360° , o passo de ranhura desse estator é

$$\gamma = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

Esse valor é do passo elétrico e também do passo mecânico, porque trata-se de uma máquina de dois polos.

- Como há 12 ranhuras e 2 polos no estator, há 6 ranhuras por polo. Um passo de bobina de 150 graus elétricos é $150^\circ/180^\circ = 5/6$, de modo que as bobinas devem ocupar 5 ranhuras do estator.

(c) A frequência dessa máquina é

$$f = \frac{n_m P}{120} = \frac{(3000 \text{ rpm})(2 \text{ polos})}{120} = 50 \text{ Hz}$$

Da Equação (B-19), temos que o fator de passo da componente fundamental da tensão é

$$k_p = \text{sen} \frac{\nu \rho}{2} = \text{sen} \frac{(1)(150^\circ)}{2} = 0,966 \quad (\text{B-19})$$

Embora os enrolamentos de um dado agrupamento de fase estejam distribuídos em três ranhuras, as duas ranhuras laterais têm cada uma apenas uma bobina dessa fase. Portanto, o enrolamento ocupa essencialmente duas ranhuras completas. O fator de distribuição do enrolamento é

$$k_d = \frac{\text{sen}(n\gamma/2)}{n \text{sen}(\gamma/2)} = \frac{\text{sen}[(2)(30^\circ)/2]}{2 \text{sen}(30^\circ/2)} = 0,966 \quad (\text{B-22})$$

Assim, a tensão em uma única fase desse estator é

$$\begin{aligned} E_A &= \sqrt{2} \pi N_p k_p k_d \phi f \\ &= \sqrt{2} \pi (40 \text{ espiras})(0,966)(0,966)(0,019 \text{ Wb})(50 \text{ Hz}) \\ &= 157 \text{ V} \end{aligned}$$

(d) A tensão de terminal dessa máquina é

$$V_T = \sqrt{3} E_A = \sqrt{3}(157 \text{ V}) = 272 \text{ V}$$

(e) O fator de passo para a componente de quinta harmônica é

$$k_p = \text{sen} \frac{\nu \rho}{2} = \text{sen} \frac{(5)(150^\circ)}{2} = 0,259 \quad (\text{B-19})$$

Como o fator de passo da componente fundamental da tensão é 0,966 e o fator de passo da componente de quinta harmônica da tensão é 0,259, a componente fundamental diminui 3,4%, ao passo que a componente de quinta harmônica diminui 74,1 por cento. Portanto, a componente de quinta harmônica da tensão diminui 70,7% a mais do que diminui a componente fundamental.

Harmônicas de ranhura

Embora os enrolamentos distribuídos ofereçam vantagens em relação aos enrolamentos concentrados, em termos de resistência mecânica do estator, utilização e facilidade de construção, o uso de enrolamentos distribuídos introduz um problema adicional ao projeto da máquina. A presença de ranhuras uniformes na periferia interna do estator causa variações regulares na relutância e no fluxo ao longo da superfície do estator. Essas variações regulares produzem componentes harmônicas de tensão denominadas *harmônicas de ranhura* (veja a Figura B-10). Harmônicas de ranhura ocorrem em frequências determinadas pelo espaçamento entre ranhuras adjacentes e são dadas por

$$v_{\text{ranhura}} = \frac{2MR}{P} \pm 1 \quad (\text{B-26})$$

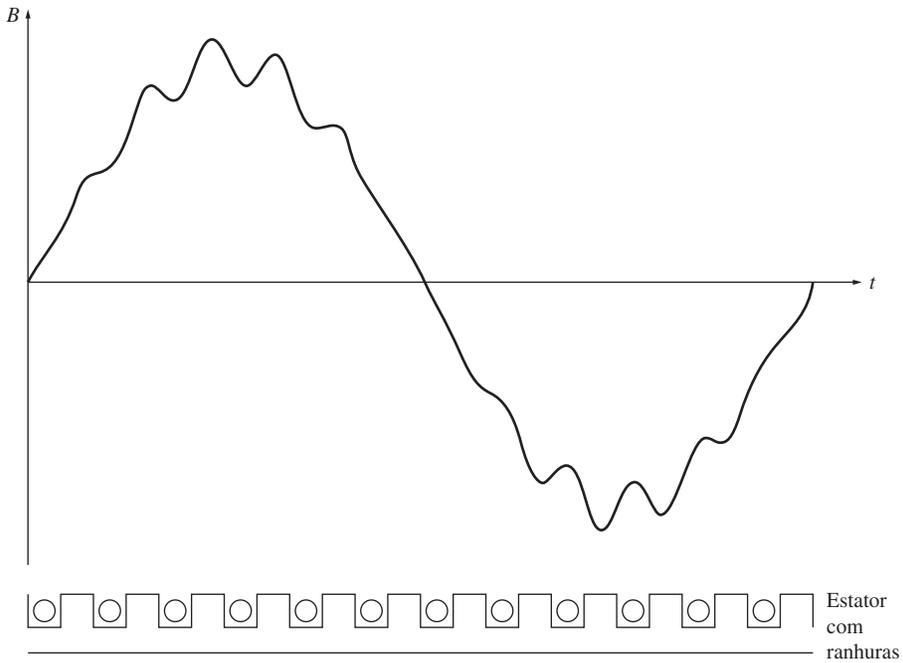


FIGURA B-10

As variações de densidade de fluxo no entreferro devido às harmônicas de ranhura. A relutância de cada ranhura é maior do que a relutância da superfície de metal entre as ranhuras, de modo que as densidades de fluxo são menores diretamente acima das ranhuras.

em que v_{ranhura} = índice (ou número) da componente harmônica

R = número de ranhuras do estator

M = um número inteiro

P = número de polos da máquina

O valor $M = 1$ corresponde às harmônicas de ranhura de frequência mais baixa, que são também as que causam mais problemas.

Como essas componentes harmônicas são determinadas pelo espaçamento *entre ranhuras adjacentes de bobina*, variações no passo de bobina e na distribuição não podem reduzir esses efeitos. Independentemente do passo de uma bobina, ela *deve* iniciar e terminar em uma ranhura e, portanto, o espaçamento da bobina é um inteiro múltiplo do espaçamento básico que causa as harmônicas de ranhura.

Por exemplo, considere o estator de uma máquina CA de seis polos e 72 ranhuras. Nessa máquina, as duas harmônicas de frequência mais baixa e mais difíceis de manipular são

$$\begin{aligned} v_{\text{ranhura}} &= \frac{2MS}{P} \pm 1 && \text{(B-26)} \\ &= \frac{2(1)(72)}{6} \pm 1 = 25 \text{ e } 23 \end{aligned}$$

Em uma máquina de 60 Hz, essas harmônicas são de 1380 e 1500 Hz.

As harmônicas de ranhura causam diversos problemas nas máquinas CA:

1. Elas induzem harmônicas na tensão induzida dos geradores CA.
2. A interação entre as harmônicas de ranhura do estator e do rotor produzem conjugados parasitas nos motores de indução. Esses conjugados podem afetar seriamente a forma da característica de conjugado *versus* velocidade do motor.
3. Elas introduzem vibração e ruído na máquina.
4. Elas aumentam as perdas no núcleo pela introdução de componentes de alta frequência de tensões e correntes nos dentes do estator.

As harmônicas de ranhura são especialmente trabalhosas nos motores de indução, nos quais podem induzir harmônicas de mesma frequência no circuito de campo do rotor, reforçando ainda mais seus efeitos sobre o conjugado da máquina.

Duas abordagens comuns são usadas para reduzir as harmônicas de ranhura: *enrolamentos com um número fracionário de ranhuras* e *condutores inclinados de rotor*.

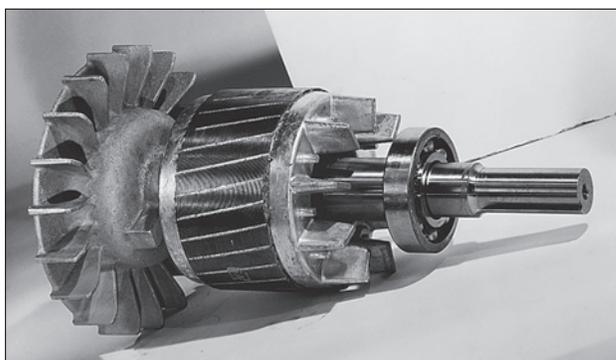
O uso de enrolamentos com um número fracionário de ranhuras consiste em usar um número fracionário de ranhuras por polo do rotor. Todos os exemplos anteriores de enrolamentos distribuídos usaram um número inteiro de ranhuras, isto é, eles tinham 2, 3, 4 ou algum outro número inteiro de ranhuras por polo. Por outro lado, um estator com um número fracionário de ranhuras pode ser construído com $2\frac{1}{2}$ ranhuras por polo. O afastamento entre polos adjacentes, proporcionado por enrolamentos com um número fracionário de ranhuras, auxilia na redução das harmônicas de grupo e também de ranhura. Essa forma de redução das harmônicas pode ser usada em qualquer tipo de máquina CA. As harmônicas de um número fracionário de ranhuras são explicadas detalhadamente nas Referências 1 e 2.

Outra forma de abordagem, muito mais comum, para reduzir as harmônicas de ranhura é *inclinando* os condutores do rotor da máquina. Essa forma é usada basicamente em motores de indução. Os condutores do rotor de um motor de indução recebem uma leve torção, de forma que, quando uma extremidade de um condutor está debaixo de uma ranhura, a outra extremidade está debaixo de uma ranhura vizinha. Essa forma construtiva do rotor está mostrada na Figura B-11. Como um condutor simples de rotor vai desde uma ranhura de bobina até a próxima (uma distância correspondente a um ciclo elétrico completo da frequência harmônica mais baixa de ranhura), haverá cancelamento das componentes de tensão devido às variações de fluxo das harmônicas de ranhura.

B.3 SÍNTESE DO APÊNDICE

Nas máquinas reais, frequentemente, as bobinas do estator têm passo encurtado ou fracionário, o que significa que elas ocupam completamente o espaço que vai de um polo magnético até o próximo. Se um enrolamento de estator for construído com passo encurtado, então ocorrerá uma ligeira redução na tensão de saída, mas, ao mesmo tempo, haverá uma drástica atenuação das componentes harmônicas da tensão, resultando em uma tensão muito mais suave na saída da máquina. Um enrolamento de estator que usa bobinas de passo encurtado é frequentemente denominado *enrolamento encurtado*.

Determinadas harmônicas de alta frequência, denominadas harmônicas de ranhura, não podem ser suprimidas com bobinas de passo encurtado. Nos motores de indução, essas harmônicas são especialmente causadoras de problemas. Elas podem

**FIGURA B-11**

Um rotor de motor de indução exibindo a inclinação de condutores. A inclinação dos condutores do rotor é simplesmente igual à distância entre uma ranhura de estator e a seguinte. (Cortesia de MagneTek, Inc.)

ser reduzidas usando enrolamentos de ranhuras fracionárias ou inclinando os condutores do rotor.

Os estatores de máquinas CA reais não têm simplesmente uma bobina para cada fase. Para obter tensões razoáveis de uma máquina, diversas bobinas devem ser usadas, cada uma com um grande número de espiras. Esse fato faz com que os enrolamentos fiquem distribuídos em uma certa extensão da superfície do estator. A distribuição dos enrolamentos de estator de uma fase reduz a tensão de saída em um valor que é dado pelo fator de distribuição k_d , mas torna mais fácil a colocação física de um número maior de enrolamentos na máquina.

PERGUNTAS

- B.1** Por que são usados enrolamentos distribuídos em vez de enrolamentos concentrados nos estatores de máquinas CA?
- B.2** (a) O que é o fator de distribuição de um enrolamento de estator? (b) Qual é o valor do fator de distribuição em um enrolamento de estator concentrado?
- B.3** O que são enrolamentos encurtados? Por que eles são usados na fabricação de um estator CA?
- B.4** O que é passo? O que é o fator de passo? Como eles se relacionam entre si?
- B.5** Por que as componentes de terceira harmônica de tensão não são encontradas nas saídas das máquinas CA trifásicas?
- B.6** O que são harmônicas de n múltiplo de três?
- B.7** O que são harmônicas de ranhura? Como elas podem ser reduzidas?
- B.8** Como a distribuição (e o fluxo) de força magnetomotriz pode ser tornada mais aproximadamente senoidal em uma máquina CA?

PROBLEMAS

- B.1** Um armadura de estator trifásico com duas ranhuras é enrolada para funcionar com dois polos. Se enrolamentos de passo encurtado tiverem de ser usados, qual será a melhor escolha possível para o passo do enrolamento para que as componentes de quinta harmônica de tensão sejam eliminadas?

- B.2** Deduza a relação do fator de distribuição de enrolamento k_d da Equação (B-22).
- B.3** Uma máquina síncrona trifásica de quatro polos tem 96 ranhuras de estator. As ranhuras contêm um enrolamento de camada dupla (duas bobinas por ranhura) com quatro espiras por bobina. O passo da bobina é $19/24$.
- (a) Encontre o passo de ranhura e de bobina em graus elétricos.
 - (b) Encontre os fatores de passo, de distribuição e de enrolamento dessa máquina.
 - (c) Quão satisfatoriamente esse enrolamento elimina a terceira, quinta, sétima, nona e décima primeira harmônicas? Na sua resposta, não deixe de levar em consideração os efeitos do passo da bobina e também os da distribuição dos enrolamentos.
- B.4** Um enrolamento trifásico de quatro polos do tipo camada dupla deve ser instalado em um estator de 48 ranhuras. O passo dos enrolamentos do estator é $5/6$ e há 10 espiras por bobina nos enrolamentos. Todas as bobinas de cada fase estão ligadas em série e as três fases estão ligadas em Δ . O fluxo por polo na máquina é $0,054$ Wb e a velocidade de rotação do campo magnético é 1800 rpm.
- (a) Qual é o fator de passo desse enrolamento?
 - (b) Qual é o fator de distribuição do enrolamento?
 - (c) Qual é a frequência da tensão produzida no enrolamento?
 - (d) Quais são as tensões resultantes de fase e de terminal do estator?
- B.5** Um gerador síncrono trifásico, ligado em Y e de seis polos, tem seis ranhuras por polo no seu enrolamento de estator. O próprio enrolamento é de passo encurtado e camada dupla com oito espiras por bobina. O fator de distribuição é $k_d = 0,956$ e o fator de passo é $k_p = 0,981$. O fluxo no gerador é $0,02$ Wb por polo e a velocidade de rotação é 1200 rpm. Qual é a tensão de linha produzida pelo gerador nessas condições?
- B.6** Uma máquina síncrona trifásica, ligada em Y, 50 Hz e dois polos, tem um estator com 18 ranhuras. Suas bobinas formam um enrolamento de passo encurtado de camada dupla (duas bobinas por ranhura). Cada bobina tem 60 espiras e o passo das bobinas do estator é $8/9$.
- (a) Que valor de fluxo seria necessário para produzir uma tensão de terminal (linha a linha) de 6 kV?
 - (b) Quão efetivas são as bobinas com esse passo na redução da quinta componente harmônica de tensão? A sétima componente harmônica de tensão?
- B.7** Que passo de bobina poderia ser usado para eliminar completamente a sétima componente harmônica de tensão na armadura (estator) de uma máquina CA? Em um enrolamento de oito polos, qual é o número *mínimo* de ranhuras que seria necessário para conseguir exatamente esse passo? Que faria esse passo à quinta componente harmônica de tensão?
- B.8** Um gerador síncrono trifásico de 13,8 kV, ligado em Y, 60 Hz e 12 polos, tem 180 ranhuras de estator, com um enrolamento de camada dupla e oito espiras por bobina. O passo de bobina do estator é 12 ranhuras. Os condutores de todos os agrupamentos de fase de uma dada fase estão ligados em série.
- (a) Que valor de fluxo por polo seria necessário para obter uma tensão de terminal (linha a vazio) de 13,8 kV?
 - (b) Qual é o fator de enrolamento k_e dessa máquina?

REFERÊNCIAS

1. Fitzgerald, A. E. e Charles Kingsley, Jr. *Electric Machinery*. Nova York: McGraw-Hill, 1952.
2. Liwshitz-Garik, Michael e Clyde Whipple. *Alternating-Current Machinery*. Princeton, N.J.: Van Nostrand, 1961.
3. Werninck, E. H. (ed.). *Electric Motor Handbook*. London: McGraw-Hill, 1978.